

Gymnázium, Soběslav, Dr. Edvarda Beneše 449/II



Laboratorní cvičení z fyziky

Vodorovný vrh

Autor: Mgr. Ivana Stefanová

Jméno souboru: VodorVrh

Poslední úprava: 29. listopadu 2015

Vodorovný vrh

Obsah

Pracovní úkoly.....	1
Teorie.....	1
Protokol o měření.....	2
Příprava pracoviště.....	3
Pokyny k provádění měření.....	4
Ověření činnosti aparatury.....	4
Vlastní měření.....	4
Vyhodnocení měření.....	5
Upozornění.....	7
Soupiska pomůcek a materiálu.....	7

Vodorovný vrh

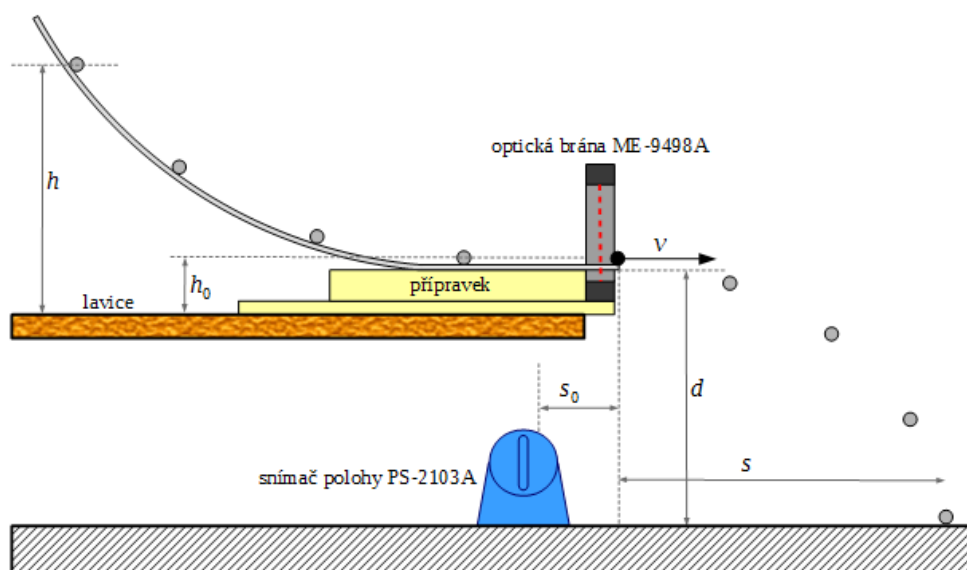
Úkolem laboratorního cvičení je ověření základních vztahů nejprve při přeměně potenciální energie na kinetickou a následně při vodorovném vrhu v homogenním tíhovém poli.

Pracovní úkoly

1. Připravte si pracoviště a měřicí aparaturu dle pokynů níže.
2. Proveďte měření závislosti rychlosti získané kuličkou na její počáteční výšce a zároveň délky vodorovného vrhu na velikosti počáteční rychlosti.
3. Vyhodnocením naměřených dat ověřte soulad s teoretickými předpověďmi, vypočtete hodnotu tíhového zrychlení dvěma způsoby.
4. Popište vliv rotace kuličky na průběh pohybu během vodorovného vrhu při zanedbání odporu vzduchu.

Teorie

Průběh experimentu odpovídá dvěma různým fyzikálním situacím: nejprve se stojící kulička vlivem tíhového pole dá do pohybu po vymezené dráze, po opuštění vodivé dráhy následuje klasický vodorovný vrh.



Schematické znázornění pohybu kuličky v průběhu experimentu.

V první fázi pokusu tedy dochází k přeměně počáteční potenciální energie na kinetickou energii. Potenciální energie stojící kuličky na počátku je $E_p = m_k g h$, kde m_k je její hmotnost, h výška vzhledem k nějaké vztavné hladině a g tíhové zrychlení. Při pohybu ztratí kulička výšku (tedy i část své potenciální energie), naopak získá rychlost (tj. energii kinetickou). V tomto případě musíme na kuličku nahlížet jako na tuhé těleso (popisovat ji pouze jako hmotný bod nepostačuje) a uvědomit

si, že kromě nějakého posuvného pohybu (pohybu těžiště) koná zároveň rotační pohyb, kterému také odpovídá určitá kinetická energie. Pro celkovou kinetickou energii tedy máme

$$E_k = \frac{1}{2} m_k v^2 + \frac{1}{2} J \omega^2,$$

v je rychlost těžiště, J je moment setrvačnosti kuličky a ω úhlová rychlost její rotace. Pro homogenní kouli nalezneme moment setrvačnosti např. v tabulkách a pro úhlovou rychlost s pomocí poloměru r platí $v = r \omega$ (rozmyslete si, proč). Po dosazení těchto veličin dostaneme

$$E_k = \frac{1}{2} m_k v^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{2}{5} m_k r^2 \right) \left(\frac{v}{r} \right)^2 = \frac{1}{2} m_k v^2 + \frac{1}{5} m_k v^2 = \frac{7}{10} m_k v^2,$$

liší se tedy číselným koeficientem od kinetické energie hmotného bodu stejné hmotnosti.

Ze zákona zachování energie $E_p = E_k + E_{p0}$ po vydělení hmotností kuličky a tíhovým zrychlením dostáváme vztah pro počáteční výšku kuličky potřebnou k získání určité rychlosti

$$h = \frac{7}{10} \frac{1}{g} v^2 + h_0,$$

kde veličiny s indexem 0 odpovídají potenciální energii respektive výšce na konci první fáze pohybu. Kinetickou energii tuhého tělesa popisuje Svoboda v *Přehledu středoškolské fyziky* (kapitola 2 *Mechanika*, str. 101 až 103) nebo učebnice *Fyzika pro gymnázia*, díl *Mechanika* autorů Bednařík, Šíroká a Bujok (kapitola 6 *Mechanika tuhého tělesa*, o kinetické energii pojednává oddíl 6.8 na str. 202 až 206).

Výklad pohybu v homogenním tíhovém poli (mj. i vodorovného vrhu) je součástí běžného výkladu, naleznete jej také ve stejných materiálech: v učebnici *Fyzika pro gymnázia* (kapitola 5 *Gravitační pole*, tohoto cvičení se konkrétně týká oddíl 5.5) či Svobodově *Přehledu středoškolské fyziky* (kapitola 2 *Mechanika*, volnému pádu a vrhům v homogenním tíhovém poli jsou věnovány str. 78 až 80).

Protokol o měření

Skupina odevzdá jako výsledek své práce protokol o měření, může být zpracován (i odevzdán) elektronicky nebo ručně, volba je jenom na vás. U dokumentu nebude hodnocena jeho délka, ale správnost, jasnost a fyzikální argumentace. Protokol z tohoto cvičení by měl obsahovat:

- graf¹ vyjadřující počáteční výšku kuličky potřebnou k dosažení určité rychlosti, proložení kvadratické závislosti naměřenými daty a určení parametrů,
- graf závislosti délky vodorovného vrhu na počáteční rychlosti, proložení přímkou touto závislostí a určení jejích parametrů,
- hodnotu tíhového zrychlení určenou dvěma způsoby (tedy z první a z druhé fáze experimentu) z parametrů proložených závislostí (vzorec, dosazované hodnoty²) a porovnání výsledků

1 Vzhledem k rozsahu naměřených dat a jejich zpracování počítačem není nutné přikládat tabulku naměřených hodnot.

2 Pokud budete pro výpočty potřebovat i jiné hodnoty než přímo vyčtené z grafů, je třeba uvést, jakým způsobem

- s tabulkovou hodnotou (určete také chybu výsledného g v obou případech),
- kvalitativní popis vlivu rotace kuličky na průběh vodorovného vrhu (odpor prostředí můžete zanedbat),
 - závěr obsahující celkové shrnutí získaných výsledků.

Příprava pracoviště

Pokus budete provádět pomocí přípravku, který zajišťuje správný směr vektoru rychlosti v počátečním bodě vrhu a umožňuje také měnit velikost této rychlosti v závislosti na počáteční výšce kuličky. Kuličku vložíme ve zvoleném místě na dráhu, pomocí svinovacího metru změříme její výšku h nad vztaznou hladinou (nejvhodnější je pravděpodobně rovina lavice) a necháme ji samovolně pohybovat se po vymezené dráze. Kulička je navedena do vodorovného úseku, na jeho konci je pomocí [optické brány](#) změřena její rychlost³ v a následně koná vodorovný vrh z výšky d . Délku vrhu s budete měřit bezkontaktně pomocí [ultrazvukového snímače vzdálenosti](#). Situace bude patrně jasnější při pohledu na schematický obrázek výše.

Rozmyslete si celkové uspořádání pracoviště, vyhraďte si manipulační prostor pro vkládání kuličky do dráhy a dostatečnou dopadovou plochu (délka cca 2 m by měla být vyhovující). Počítač, další elektroniku a kabely byste měli umístit tak, aby vám nebránily v pohybu a nehrozilo jejich nechtěné shození. Souběžně s delší hranou lavice položte přípravek na měření tak, aby jeho ústí přesahovalo okraj a mířilo do dopadové plochy. Přípravek připevněte pomocí truhlářské svěrky k lavici, volný konec pružné dráhy podepřete pomocí laboratorního stojanu. S použitím olovnice určete bod s nulovou délkou vrhu, cca 5 až 10 cm od něj pod lavici (dle obrázku vlevo) umístěte snímač polohy a pohybu PS-2103A a rozsah měření přepněte na kratší vzdálenosti (symbol vozíčku). Natočte senzor do svislé polohy pro měření vzdálenosti v dopadové ploše. Tuto plochu (v prodloužení osy dráhy) pokryjte ochranným materiálem a případně jej připevněte lepicí páskou k podlaze. Na něj v místech očekávaných dopadů položte papír pro jejich detekci (kulička při nárazu v měkkém papíru zanechá viditelnou stopu).

Připravte si počítač, modul [rozhraní PowerLink](#), propojte je USB kabelem a pomocí adaptérů je připojte k elektrické síti. Do rozhraní připojte kabel od snímače polohy a digitální převodník PS-2159. Optickou bránu zasuněte do vyhrazeného místa na přípravku detektorem dolů⁴. Pozornost věnujte správnému vycentrování snímače, tedy aby kulička přerušila snímací paprsek v místě svého průměru. Bránu propojte s digitálním převodníkem (na volbě vstupu nezáleží) kabelem, dbejte při tom toho, aby nebránil pohybu kuličky. Po zapnutí počítače, spuštění operačního systému a [programu Capstone](#) (pomocí zástupce na ploše) je pracoviště připraveno k měření.

byly získány.

3 Optická brána měří dobu přerušování infračerveného paprsku, ze které můžeme při známých rozměrech kuličky určit její okamžitou rychlost.

4 Detektor je na konci blíže detekční LED, na druhé straně (blíže konektoru RJ-12) je zdroj infračerveného světla.

Pokyny k provádění měření

Ověření činnosti aparatury

V programu Capstone otevřete soubor `vodorovný_vrh.cap`, který je připraven pro tento experiment. To se provede pomocí položky v podmenu *Soubor* nebo standardním tlačítkem na liště pod hlavním menu.

Na úvodní stránce vyplňte údaje o vaší skupině a datu měření a uložte si její kopii do laboratorního deníku.

V pracovním sešitu se přepněte na stránku *Měření*, nastavení programu je následující:

- údaje o počáteční výšce kuličky jsou do tabulky vkládány ručně,
- optická brána pracuje v režimu měření rychlosti průletu tělesa, konstanta je nastavena podle použité kuličky,
- naměřená rychlost je korigována dle reálných vlastností optické brány⁵,
- snímač polohy a pohybu průběžně provádí měření jednou za sekundu,
- je nastaveno manuální vzorkování, tj. naměřená data jsou ukládána na základě podnětu operátora (nikoliv samočinně v nastavených časových intervalech),
- data jsou zobrazována ve formě tabulky zároveň s počítadlem platných vzorků.

Nejprve ověřte správné nastavení polohy optické brány a činnost snímače polohy. V základním stavu musí být optická brána otevřená, což se pozná dle zhasnuté červené LED (a stejně tak zhasnuté zelené LED na příslušném vstupu digitálním převodníku). Přerušení paprsku (např. prstem) je indikováno rozsvícením těchto LED. V případě odchylek od popsaného chování upravte polohu optické brány na přípravku.

Nyní spusťte měření pomocí tlačítka *Náhled* dole na liště ovládacích prvků. Ultrazvukový snímač vydává v sekundových intervalech charakteristický zvuk a bliká LED, na prvním řádku tabulky se ve sloupci *Délka vrhu* zobrazuje aktuálně měřená vzdálenost. Vložením dřevěného kvádrů do dopadové plochy zkontrolujte, zda se hodnota mění a odpovídá skutečnosti. Je-li všechno v pořádku, je možné zahájit měření.

Vlastní měření

Pomocí měřítka zjistěte výšku vrhu d (pomocí olovnice se přitom ujistěte, že měříte ve svislém směru). Měření trojic hodnot (počáteční výška h , rychlost v , délka vrhu s) a jejich zaznamenání do tabulky není nijak komplikované, přítomnost vyučujícího u prvních pokusů však jistě není na závaždu. Na dráhu opatrně vložte kuličku, ve svislém směru⁶ změřte její výšku nad lavicí (měřte polohu jejího středu) a bez udělení jakékoliv počáteční rychlosti ji pusťte. Kulička by měla projet příprav-

5 Detekční infračervený paprsek má nenulový průměr a jeho přerušení a odkrytí zaznamená brána při určitém poklesu či nárůstu intenzity světla. Mezi okamžikem přerušení a odkrytí paprsku se tak kulička posune méně, než je její průměr. Tuto skutečnost se snaží postihnout korekce, která místo skutečného průměru kuličky uvažuje menší hodnotu. Velikost této konstanty byla experimentálně určena nezávislým měřením rychlosti a odpovídá hodnotě uváděné výrobcem ve specifikaci.

6 můžete průběžně kontrolovat olovnici

kem a na jeho konci by optická brána měla zaznamenat její rychlost (v druhém sloupci tabulky se objeví barevně hodnota rychlosti). Do prvního sloupce ručně vložte naměřenou počáteční výšku a potvrďte klávesou **Enter**. Na dopadové ploše by kulička měla zanechat stopu. Na místo dopadu umístěte stěnu dřevěného hranolu, ultrazvukový snímač změří její vzdálenost (hodnota v třetím sloupci tabulky). Je-li vše připraveno, stiskněte v programu tlačítko *Zaznamenat hodnotu* a aktuálně zobrazované hodnoty se uloží (barva se změní na černou, počítadlo hodnot se zvětší). Pokud se něco nepodaří (např. dopad kuličky mimo detekční papír), nic se neděje. Normálně pokračujte dalším pokusem bez uložení hodnot. Stopu na papíru označte (např. propiskou), abyste předešli nejasnostem při dalších pokusech.

Měření probíhá poměrně rychle a neměli byste mít obtíže získat kolem 50 platných trojic hodnot. Snažte se pokud možno rovnoměrně pokrýt celý rozsah počátečních výšek a tím i dostupných délek vrhu. Dle potřeby můžete měnit polohu stojanu i výšku podpurného příčnicku. Máte i dost prostoru na prostřídání svých pozic v průběhu měření.

Měření v programu ukončete pomocí tlačítka na spodní liště. Tabulku si můžete (po částech) uložit také do laboratorního deníku.

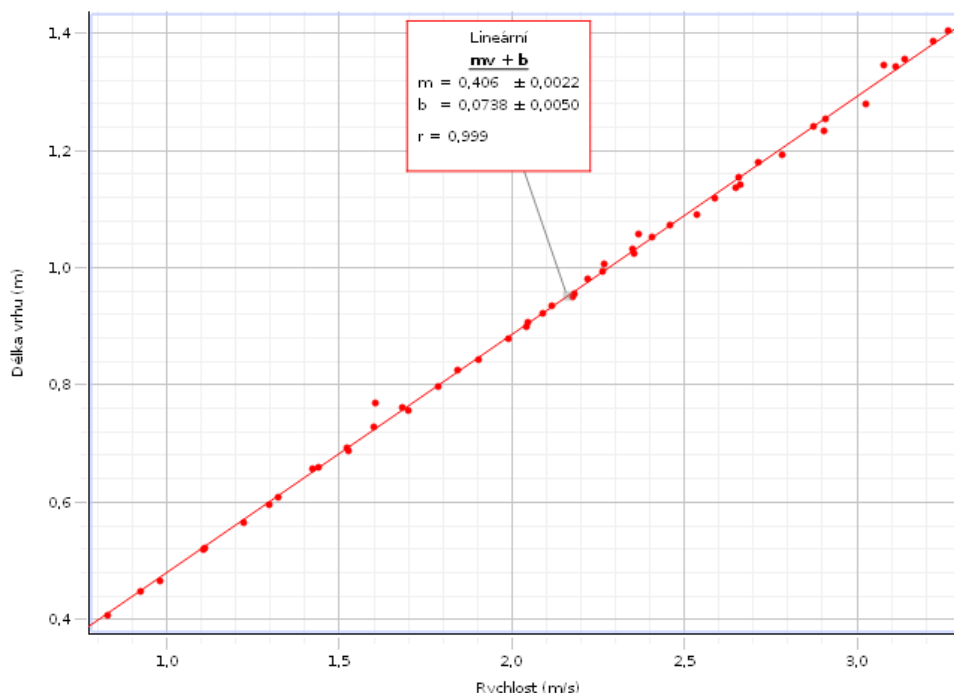
Vyhodnocení měření

Program z tabulky naměřených hodnot automaticky vykreslí dva grafy: počáteční výšku potřebnou k dosažení určité rychlosti a závislost délky vrhu na počáteční rychlosti. Grafy jsou umístěny na dalších stránkách pracovního sešitu *Přeměna energie* a *Vodorovný vrh*. Příklad naměřených závislostí naleznete na následujících obrázcích. Nejprve zkontrolujte, zda v grafech nejsou nějaké vidi-



telně zcela odlehle hodnoty (např. způsobené chybou při ručním zadání nebo měření délky).

Závislost délky vrhu na počáteční rychlosti



Případné chybné hodnoty vyřadíme z tabulky naměřených dat, následně pak automaticky zmizí i z grafů. Souřadnice chybného bodu buď odečteme přímo z grafu nebo si vypomůžeme nástrojem: kliknutím na oblast grafu se nám nahoře objeví nástrojová lišta, z ní vybereme symbol se zaměřovacím křížem a nakonec vybereme nástroj *Souřadnice/Delta*. Jeho pomocí snadno odečteme hledané hodnoty, nástroj ukončíme pomocí červeného křížku na nástrojové liště. Potom na stránce *Měření* nalezneme v tabulce příslušný řádek a kliknutím na jeho pořadové číslo ho označíme (viz další obr.).

	Rychlost (m/s)	Délka vrhu (m)
1	0,480	2,348
2	0,390	2,089
3	0,240	1,527
4	0,480	2,347
5	0,600	2,658

Nástrojová lišta nahoře nám poskytuje možnost zvýrazněný řádek zcela vymazat, před tím však musíme ještě potvrdit akci v ověřovacím dialogu. V případě nutnosti opakujte postup i pro další hodnoty. Nyní by již vaše grafy na následujících stránkách pracovního

sešitu měly být perfektní, takže je možné uložit jejich kopie do laboratorního deníku (totéž můžete učinit i pro definitivní verzi tabulky hodnot).

Přeměna energie V grafu počáteční výšky oproti získané rychlosti je hodnotami proložena kvadratická závislost $h = Av^2 + Bv + C$. Pravou stranu upravíme do tvaru $h = A(v - v_0)^2 + h_0$. Hodnota v_0 by měla být nulová, v praxi vlivem nepřesností měření není (v poměru s dosaženými rychlostmi by však měla být malá). Srovnání koeficientu A se vztahem uvedeným v teoretické části již umožňuje vyčíslení tíhového zrychlení g , posun h_0 by měl odpovídat výšce kuličky nad lavicí na počátku vodorovného vrhu. Přesnost výsledku je negativně ovlivněna valivým třením a tím, že naše kulička není zcela homogenní (ocelové jádro je pokryto gumovou slupkou).

Vodorovný vrh Podobně je v grafu pro délku vodorovného vrhu v závislosti na počáteční rychlosti kuličky proložena naměřenými daty očekávaná funkce, v tomto případě lineární $mv+b$. Ze směrnice přímky m již při známé výšce vrhu d snadno určíme velikost tíhového zrychlení, protože

$$m = \sqrt{\frac{2d}{g}}.$$

Hodnota úseku b má také dobrý fyzikální význam. Vzdálenost naměřená detektorem se totiž skládá z vlastní délky vodorovného vrhu s a nějakého posunutí s_0 referenčního bodu detektoru od nulové hodnoty⁷ (viz obrázek výše), které je však v průběhu měření konstantní. Pokud zakreslíte závislost měřené délky na počáteční rychlosti vrhu do grafu, projeví se vliv s_0 právě jako posunutí bodů ve směru svislé osy (to je tedy naše veličina b), na směrnici přímky vliv nemá.

Na závěr si uložte soubor s provedeným experimentem (který budete odevzdávat jako doklad o provedeném měření) a také nezapomeňte na export laboratorního deníku s podklady pro zpracování protokolu o měření.

Kuličku použitou pro měření lze popsat jako tuhé těleso, její pohyb v počátečním bodě vodorovného vrhu se skládá z translačního pohybu těžiště ve vodorovném směru a rotace. Popište a vysvětlete, jakým způsobem se projeví vliv rotace kuličky na její pohyb během vrhu (vliv odporu prostředí přitom můžete zanedbat).

Upozornění



Žáci jsou povinni dodržovat veškerá bezpečnostní pravidla, se kterými byli seznámeni v úvodní hodině. Při práci dbají pokynů vyučujícího a chovají se tak, aby zabránili jakékoliv újmě na zdraví i na svěřeném materiálu. Sřet s letící ocelovou kuličkou by mohl být dosti bolestivý. Uvědomte si prosím, že zvláště počítače a elektronická zařízení jsou z hlediska rozpočtu školy poměrně nákladné položky, které by měly sloužit jako učební pomůcky i pro vaše spolužáky a následovníky.

Soupiska pomůcek a materiálů

- počítač (netbook) s programem Capstone, napájecí adaptér,
- rozhraní PowerLink PS-2001, napájecí adaptér, USB kabel,
- digitální převodník PS-2159, optická brána ME-9498A (s propojovacím kabelem),
- ultrazvukový snímač polohy a pohybu PS-2103A,
- přípravek pro vodorovný vrh, truhlářská svěrka, stojan s příčnickem, kulička,
- ochranná vrstva podlahové krytiny (koberec, karton atp.), lepicí páska, papír pro detekci dopadu (utěrky, toaletní, krepový), dřevěný kvádr,
- měřítko (svinovací metr), olovnice.

⁷ Tomuto posunutí je dosti obtížné se vyhnout, neboť přesná poloha výchozího bodu pro měření vzdálenosti není na snímači vyznačena ani není přímo přístupná (piezoelektrický element je umístěn pod ochrannou mřížkou).