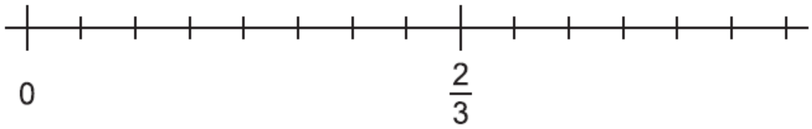
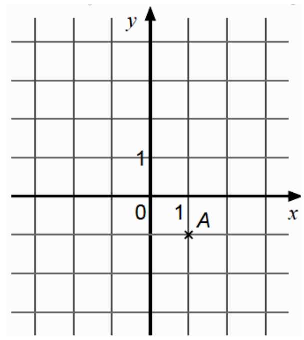
Analytická geometrie

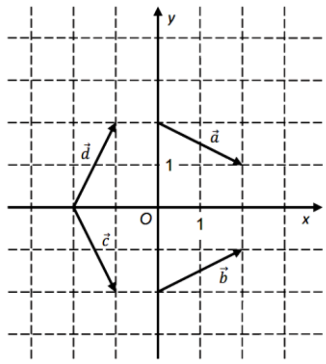
1. Vyznačte na číselné ose obrazy čísel $\frac{1}{2}$ a $\frac{5}{6}$.



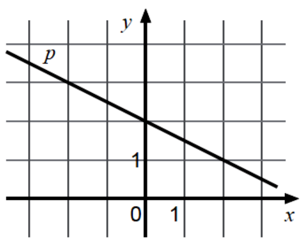
2. Je dán pravidelný šestiúhelník *ABCDEF* se středem *S*. Označme vektory $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{v} = \overrightarrow{BC}$. Rozhodněte, zda následující tvrzení je pravdivé:
   a) $\overrightarrow{AC} = \vec{u} + \vec{v}$
   b) $\overrightarrow{SB} = \vec{u} - \vec{v}$
   c) $\overrightarrow{AE} = 2\vec{v} - \vec{u}$
   d) $\overrightarrow{FD} = 2\vec{u} - \vec{v}$
3. V rovině je umístěn bod *A*. Dále platí $\overrightarrow{AB} = \vec{v} = (-3;4)$. Zakreslete vektor $\vec{v}$. Určete souřadnice bodu *B*.



4. Orientovaná úsečka s počátečním bodem $P[4;-1]$ je umístěním vektoru $\vec{v} = (2;-7)$. Určete souřadnice koncového bodu orientované úsečky.
5. Který ze zobrazených vektorů má souřadnice $(2;-1)$?



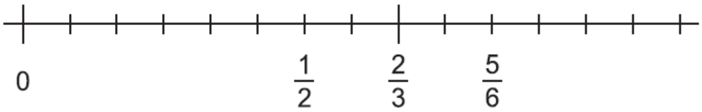
6. Body $A[-5;2]$, $B[0;-5]$ jsou sousedními vrcholy čtverce *ABCD*. Vypočtěte obsah čtverce *ABCD*.
7. V rovnoběžníku *ABCD*, $A[-1;-2]$, $B[2;-3]$, $C[3;2]$ stanovte souřadnice vrcholu D a délku úhlopříčky BD.
8. Určete vektor $\vec{v}$, který je kolmý k vektoru $\vec{u} = (5,12)$ a jehož velikost je 4 .
9. Je dán vektor $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$, $A[10\,;3]$, $B[7;1]$, vektor $\vec{v} = (1;4)$ a vektor $\vec{w} = (2;-4)$.
   a) zvolte souřadnou soustavu a znázorněte všechny 3 vektory tak, aby se počáteční bod jejich umístění nacházel v počátku soustavy souřadnic,
   b) vyjádřete $\vec{w}$ jako lineární kombinaci $\vec{u}, \vec{v}$, vypočtěte koeficienty v této lineární kombinaci,
   c) výsledek znázorněte graficky,
   d) sestrojte vektor $\vec{t} = \vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$,
   e) zjistěte, jaký úhel svírají vektory $\vec{u}, \vec{v}$.
10. V kartézské soustavě souřadnic O*xy* je umístěna přímka *p*. Určete rovnici přímky *p* v obecném, parametrickém a směrnicovém tvaru.



11. Přímku $p: x - 2y - 7 = 0$ vyjádřete v parametrickém tvaru.
12. Je dán trojúhelník *ABC*; $A[-2;3], B[4;-1], C[2;5]$. Určete parametrické vyjádření přímky, na které leží: a) strana *AB*, b) výška v_c, c) osa strany *AB*, d) těžnice t_a, e) střední příčka $S_{AB} S_{AC}$.
13. Průsečíkem *A* přímek $a: 2x + 7y - 8 = 0, b: x + 2y - 1 = 0$ a bodem $B[2;-3]$ veďte přímku *m*. Napište rovnici přímky *m*. Určete směrnici přímky *m* a úhel φ, který svírá přímka *m* s kladným směrem osy x.
14. Jsou dány body $A[1;2], B[4;-2], C[3;-2]$. Určete rovnici přímky *p*, která prochází bodem *C* a je rovnoběžná s přímkou AB. Leží na přímce *p* bod $D[-3;6]$?
15. Vypočtěte odchylku úhlopříček rovnoběžníku *ABCD*, je-li dáno: $A[2;3], B[4;7], C[6;5]$. Pak napište parametrické rovnice přímky AD a převeďte je na obecný a směrnicový tvar.
16. Určete souřadnice průsečíku přímky $p: x = 3t$, $y = 4 - 2t$, $t \in \mathbf{R}$ se souřadnicovou osou *x*.
17. V rovině je dána přímka $q: y = 2x - 1$. Zapište obecnou rovnici přímky *p*, která prochází počátkem soustavy souřadnic a je kolmá k přímce *q*.
18. Určete všechny hodnoty parametru *m*, pro které jsou přímky $p: mx + 6y - 2my + 3 = 0$ a $q: 2x + my + 1 = 0$ a) navzájem kolmé, b) rovnoběžné.

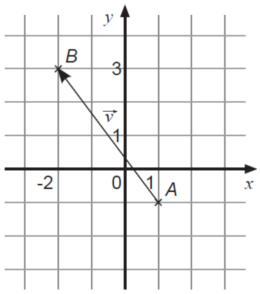
Řešení:

1.



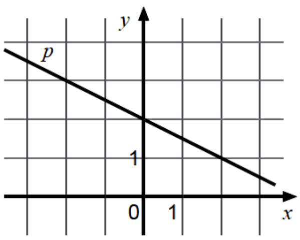
2. Je dán pravidelný šestiúhelník *ABCDEF* se středem *S*. Označme vektory $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{v} = \overrightarrow{BC}$. Rozhodněte, zda následující tvrzení je pravdivé:
   a) $\overrightarrow{AC} = \vec{u} + \vec{v}$ pravdivé
   b) $\overrightarrow{SB} = \vec{u} - \vec{v}$ pravdivé
   c) $\overrightarrow{AE} = 2\vec{v} - \vec{u}$ pravdivé
   d) $\overrightarrow{FD} = 2\vec{u} - \vec{v}$ nepravdivé

3.



$B[-2;3]$

4. $Q[6;-8]$
5. $\vec{a}$
6. $S = 74\ j^2$
7. $D[0,3], |BD| = 2\sqrt{10}$
8. $\vec{v}_1 = \left(-\frac{48}{13}, \frac{20}{13}\right), \vec{v}_2 = \left(\frac{48}{13}, -\frac{20}{13}\right)$
9.
   a) …
   b) $\vec{w} = -\frac{6}{5}\vec{u} - \frac{8}{5}\vec{v}$,
   c) …
   d) …
   e) $\varphi = 137°43'$
10.
   a) $x + 2y - 4 = 0$
   b) $x = 2t,\ y = 2 - t,\ t \in \mathbf{R}$
   c) $y = -\frac{1}{2}x + 2$



11. $x = 7 + 2t,\ y = t,\ t \in \mathbf{R}$
12.
   a) strana *AB* $x = -2 + 3t,\ y = 3 - 2t,\ t \in \mathbf{R}$
   b) výška v_c $x = 2 + 2t,\ y = 5 + 3t,\ t \in \mathbf{R}$
   c) osa strany *AB* $x = 1 + 2t,\ y = 1 + 3t,\ t \in \mathbf{R}$
   d) těžnice t_a $x = -2 + 5t,\ y = 3 - t,\ t \in \mathbf{R}$
   e) střední příčka $S_{AB} S_{AC}$ $x = 1 - t,\ y = 1 + 3t,\ t \in \mathbf{R}$
13. $x + y + 1 = 0,\ y = -x - 1,\ \varphi = 135°$

14. $4x+3y-6=0$ nebo $x=3+3t,\ y=-2-4t,\ t\in\mathbf{R},\ D\in p$

15. $\varphi=63°26'$

$x=2+t,\ y=3-t,\ t\in\mathbf{R},\ x+y-5=0,\ y=-x+5$

16. $P[6;0]$

17. $x+2y=0$

18.

a) navzájem kolmé $m_1=0, m_2=4$

b) rovnoběžné $m_1=-6, m_2=2$