Analytická geometrie II

1. Určete souřadnice těžiště v trojúhelníku ABC, jsou-li dány souřadnice jeho vrcholů: $\mathrm{A}[5;7;1], \mathrm{B}[1;-1;3], \mathrm{C}[0;3;-1]$
2. V rovnoběžnostěnu $\mathrm{ABCDA_1B_1C_1D_1}$ známe $\mathrm{A}[1;0;2], \mathrm{B}[3;4;3], \mathrm{D}[-1;4;6], \mathrm{A_1}[2;1;-5]$.
   a) Vypočítejte souřadnice vrcholů $\mathrm{C}, \mathrm{B_1}, \mathrm{C_1}, \mathrm{D_1}$.
   b) Vypočítejte objem rovnoběžnostěnu $\mathrm{ABCDA_1B_1C_1D_1}$.
3. Určete průsečík přímek:
   a) $p = \{[1-t, 5+2t], t \in \mathbb{R}\}$, $q = \{[5+2s, 4+3s], s \in \mathbb{R}\}$
   b) $a = \{[5+t, -1-2t], t \in \mathbb{R}\}$, $b: 4x - 3y - 3 = 0$
   c) $m: 2x - y + 16 = 0$, $n: 4x - 3y + 38 = 0$
4. Vyjádřete rovinu $\rho: 3x - y + 3z - 7 = 0$ parametricky a rovinu $\tau: x = 2 + 2t + 2s, y = -1 + 3t + 3s, z = -1 - 2t + s; t \in \mathbb{R}, s \in \mathbb{R}$ obecnou rovnicí.
5. Jsou dány body $\mathrm{A}[2;0;3], \mathrm{B}[2;2;-7], \mathrm{C}[3;-1;-2]$ a rovina $\rho: 3x + y - 2z - 5 = 0$. Určete průsečnici rovin ABC a ρ.
6. Vyšetřete vzájemnou polohu rovin $\rho: x + y - z - 2 = 0$ a $\sigma: 2x - y + z - 4 = 0$. Jsou-li roviny různoběžné, napište parametrické rovnice jejich průsečnice.
7. Určete obecnou rovnici roviny, ve které leží bod $\mathrm{A}[2;0;-1]$ a je kolmá k rovinám $\alpha: 2x - 3y + z - 3 = 0$ a $\beta: x + 3y - 2z + 2 = 0$.
8. Určete vzdálenost $\mathrm{M}[7;-2]$ od přímky $p: 6x - 8y - 77 = 0$.
9. Určete vzdálenost $\mathrm{M}[9;2;5]$ od přímky $q = \{[1-2t, -2+t, 2-t], t \in \mathbb{R}\}$.
10. Určete vzdálenost $\mathrm{M}[4;3;-2]$ od roviny $\rho: 3x - y + 5z + 1 = 0$.
11. Určete vzdálenost rovin $\rho: 2x - y - 2z + 4 = 0$, $\sigma: 2x - y - 2z - 8 = 0$ s použitím i bez použití vzorce pro vzdálenost bodu od roviny.
12. Určete vzdálenost bodu $\mathrm{W}[17;-11]$ od přímky $q = \{[1-3t, 3+4t], t \in \mathbb{R}\}$
13. Určete vzdálenost bodu $\mathrm{M}[9;6;5]$ od přímky $p = \{[3+2t, 2+2t, 4+t], t \in \mathbb{R}\}$
14. Dokažte, že dané přímky jsou různé rovnoběžky a určete jejich vzdálenost: $p = \{[2+3t, -1+2t, 1-t], t \in \mathbb{R}\}$, $q = \{[1+3s, 2+2s, -3-s], s \in \mathbb{R}\}$
15. Jsou dány body $\mathrm{O}[16;29], \mathrm{P}[-1;22], \mathrm{Q}[6;5]$. Určete souřadnice bodu, jehož vzdálenost od všech zadaných bodů je stejná.

Řešení:

1. $\mathrm{T}[2; 3; 1]$
2. a) $\mathrm{C}[1; 8; 7], B_1[4; 5; -4], C_1[2; 9; 0], D_1[0; 5; -1]$, b) $V = 110$
3. a) $\mathrm{P}[3; 1]$, b) $\mathrm{P}[3; 3]$, c) $\mathrm{P}[-5; 6]$
4. $\rho: x = t, y = -7 + 3t + 3s, z = s; t \in \mathbb{R}, s \in \mathbb{R}; \tau: 3x - 2y - 8 = 0$
5. $p = \left\{\left[\frac{3}{2} - 11t; \frac{3}{2} + 23t; \frac{1}{2} - 5t\right], t \in \mathbb{R}\right\}$
6. různoběžné roviny, průsečnice: $p = \{[2; t; t], t \in \mathbb{R}\}$
7. $3x + 5y + 9z + 3 = 0$
8. $|\mathrm{Mp}| = 1{,}9$
9. $|\mathrm{M}\rho| = 1{,}5$
10. $|\mathrm{M}\rho| = 0 \implies \mathrm{M} \in \rho$
11. vzdálenost rovin ρ a σ: 4
12. $|\mathrm{Wq}| = 4{,}4$
13. $|\mathrm{Mp}| = 2$
14. vzdálenost přímek p a q: $\frac{3}{2}\sqrt{10}$
15. $\mathrm{X}[11; 17]$