

## Rovnice s parametrem

1. Vypočtete  $x \in R$  a proveďte diskusi vzhledem k parametru  $a \in R$ :
  - a)  $x + 1 - \frac{2x + a + 1}{a} = \frac{a - x}{a}$
  - b)  $3(a - 7)x + \frac{10}{a + 3} = 1$
  - c)  $\frac{ax - 6}{a(x + 6)} = \frac{1}{a}$
  - d)  $\frac{a - 4}{a} = \frac{2x - 1}{a + x}$
  - e)  $1 + \frac{a^2 - 1}{x} = a$
2. Řešte rovnici  $\frac{a + x}{3} - 2 = \frac{x - 3}{a}$ ,  $x \in R$ ,  $a \in R$ , a určete, pro jaké  $a \in R$  má rovnice záporné řešení.
3. Určete reálnou hodnotu parametru  $a$  tak, aby rovnice  $6a - ax + 2x = 15$  měla kladný kořen.
4. Proveďte diskusi rovnice  $x^2 - 2mx + m^2 - 4 = 0$  vzhledem k parametru  $m \in R$ . Určete  $m$ , pro která má rovnice oba kořeny kladné.
5. Proveďte diskusi rovnice  $(a + 1)x^2 - 2(a + 1)x + a + 6 = 0$  vzhledem k parametru  $a \in R$ ,  $x \in R$ .
6. Pro která  $a \in R$  má rovnice  $(5a - 1)x^2 - (5a + 2)x + 3a - 2 = 0$  jeden reálný kořen?
7. Stanovte hodnotu parametru  $a \in R$  tak, aby rovnice  $(a - 1)x^2 + 2(a + 1)x + a - 2 = 0$  měla kořeny různých znamének.
8. Pro které hodnoty reálného parametru  $q$  má rovnice  $x^2 + 4x + 4 - q = 0$  dva různé reálné kořeny, které jsou oba menší než 3?
9. Pro které hodnoty parametru  $m \in R$  má rovnice  $x^2 + 3x - 2m^2 + m + 3 = 0$  jeden kořen nulový? Určete druhý kořen.
10. Určete všechny hodnoty parametru  $m \in R$ , pro něž má rovnice  $(m - 2)x^2 - (3m + 6)x + 6m = 0$ 
  - a) alespoň jeden reálný kořen,
  - b) dva reálné kořeny, které jsou oba kladné,
  - c) dva reálné kořeny, které jsou oba záporné,
  - d) dva reálné kořeny, z nichž jeden je kladný a druhý záporný.

## Výsledky:

1.

a)

$a$	$K$
1	$\emptyset$
0	rovnice není definována
$R - \{0; 1\}$	$\left\{ \frac{a+1}{a-1} \right\}$

b)

$a$	$K$
-3	rovnice není definována
7	$R$
$R - \{-3; 7\}$	$\left\{ \frac{1}{3(a+3)} \right\}$

c)

$a$	$K$
0	rovnice není definována
$\{-1; 1\}$	$\emptyset$
$R - \{0; -1; 1\}$	$\left\{ \frac{12}{a-1} \right\}$

d)

$a$	$K$
0	rovnice není definována
$\left\{ -4; -\frac{1}{2} \right\}$	$\emptyset$
$R - \left\{ -4; 0; -\frac{1}{2} \right\}$	$\left\{ \frac{a(a-3)}{a+4} \right\}$

e)

$a$	$K$
-1	$\emptyset$
1	$R - \{0\}$
$R - \{-1; 1\}$	$\{1+a\}$

2.  $a > 3$

3.  $a \in (-\infty; 2) \cup \left(\frac{5}{2}; \infty\right)$

4. Rovnice má vždy 2 různé reálné kořeny:  $K = \{m - 2; m + 2\}$ , oba kořeny jsou kladné pro  $m \in (2, \infty)$ .

5.

$a$	$K$
$a < -1$	$\left\{1 \pm \frac{\sqrt{-5(a+1)}}{a+1}\right\}$
$a \geq -1$	$\emptyset$

6. Jeden reálný kořen pro  $a = \frac{1}{5}$ , jeden reálný dvojnásobný kořen pro  $a_1 = \frac{2}{35}, a_2 = 2$

7.  $a \in (1, 2)$

8.  $q \in (0; 25)$

9.  $m \in \left\{\frac{3}{2}, -1\right\}, x_2 = -3$

10.

a)  $m \in \left\langle -\frac{2}{5}; 6 \right\rangle$

b)  $m \in (2; 6)$

c)  $m \in \left(-\frac{2}{5}; 0\right)$

d)  $m \in (0; 2)$