

1. Řešte v \mathbb{R} rovnici:

a) $\sqrt[3]{x^4} + \sqrt[3]{x^2} - 2 = 0$

b) $\frac{x^2-4}{x+1} - \frac{x^2-4}{x^2-4} = 6 \cdot \frac{x+1}{x^2-4}$

c) $242 + \frac{\sqrt[4]{x^2-1}}{\sqrt[4]{x^2+1}} = \frac{x-1}{\sqrt[4]{x^2-1}}$

2. Řešte v \mathbb{N} rovnici: $(n!)^2 + 2880 = 144n!$

3. Řešte pro reálné neznámé x, y, z soustavu 3 rovnic:

	$y - z = -2$	$2x + 3y - z = 18$	$x + y + z = 5$
a)	$x - 2y + z = 1$	b) $3x - 2y + z = 8$	c) $3x - 2y + z = 3$
	$2x + z = 6$	$x + 2y + z = 24$	$4x - y + 2z = 10$

	$3x + 2y + z = 3$	$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} - \frac{4}{z} = -5$	$\frac{6}{x+y} + \frac{5}{y+3z} = 2$
d)	$x + y + z = 2$	e) $\frac{2}{x} + \frac{2}{y} - \frac{12}{z} = 18$	f) $\frac{15}{x+y} - \frac{4}{x-2z} = \frac{1}{2}$
	$4x + 3y + 2z = 5$	$-\frac{3}{x} + \frac{2}{y} + \frac{1}{z} = -4$	$\frac{10}{y+3z} - \frac{7}{x-2z} = -\frac{3}{2}$

4. Řešte pro reálné neznámé x, y soustavu 2 rovnic:

a)	$4(y - 1) = x^2$	b)	$x^2 - y^2 = 1$	c)	$x^2 + y = 7$
	$2x + y = 1$		$2x - y = \sqrt{3}$		$x^2 \cdot y = 12$

d)	$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 5$	e)	$x^2 + y^2 + 14x - 2y = 0$
	$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = 13$		$x^2 + y^2 = 100$

f)	$\sqrt{\frac{2x}{x+y}} + \sqrt{\frac{x+y}{2x}} = 2$	g)	$x + y = 14 - \sqrt{xy}$
	$2x(x + y) = 144$		$x^2 + y^2 = 84 - xy$

5. Rozdíl druhé mocniny dvojciferného čísla a 22násobku jeho ciferného součinu se rovná 400. Zaměníme-li pořadí cifer a od druhé mocniny takto vzniklého opět dvojciferného čísla odečteme jeho ciferný součin vynásobený 208, dostaneme číslo 100. Určete toto číslo.
6. Dva sudy obsahují určité množství vody. Jestliže z prvního nalijeme do druhého právě tolik vody, kolik tam již je, potom z druhého do prvního právě tolik, kolik tam už je a opět z prvního do druhého právě tolik, kolik tam už je, bude v každém sudu 160 litrů vody. Kolik litrů vody bylo v každém sudu na začátku?

Výsledky:

1.

a) $K = \{-1; 1\}$

b) $K = \left\{-1 - \sqrt{3}; \frac{3 - \sqrt{37}}{2}; -1 + \sqrt{3}; \frac{3 + \sqrt{37}}{2}\right\}$

c) $K = \{65\ 536\}$

2. $K = \{4; 5\}$

3.

a) $K = \{[1; 2; 4]\}$

b) $K = \{[4; 6; 8]\}$

c) $K = \{ \}$

d) $K = \{[t; 1 - 2t; 1 + t]; t \in \mathbb{R}\}$

e) $K = \left\{\left[\frac{1}{7}; \frac{1}{8}; 1\right]\right\}$

f) $K = \{[4; 2; 1]\}$

4.

a) $K = \{[0; 1], [-8; 17]\}$

b) $K = \left\{\left[\frac{2\sqrt{3}}{3}; \frac{\sqrt{3}}{3}\right]\right\}$

c) $K = \{[-2; 3], [2; 3], [-\sqrt{3}; 4], [\sqrt{3}; 4]\}$

d) $K = \left\{\left[\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right], \left[\frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right]\right\}$

e) $K = \{[-8; -6], [-6; 8]\}$

f) $K = \{[-6; -6], [6; 6]\}$

g) $K = \{[2; 8], [8; 2]\}$

5. Hledané číslo: 24

6. V prvním sudu bylo na začátku 220 litrů vody, ve druhém sudu 100 litrů vody.