

Úlohy 1. kola 61. ročníku fyzikální olympiády. Kategorie B

1. Kapající kyvadlo

Kyvadlo o délce l , zavěšené u stropu místnosti, je tvořeno malou nádobkou s vodou. Z otvoru ve dně nádobky odkapávají kapky vody. V krajní poloze svírá nit se svislým směrem úhel $\varphi = 5,0^\circ$. Doba kmitu tohoto kyvadla, které můžeme považovat za matematické, je $T = 2,0$ s.

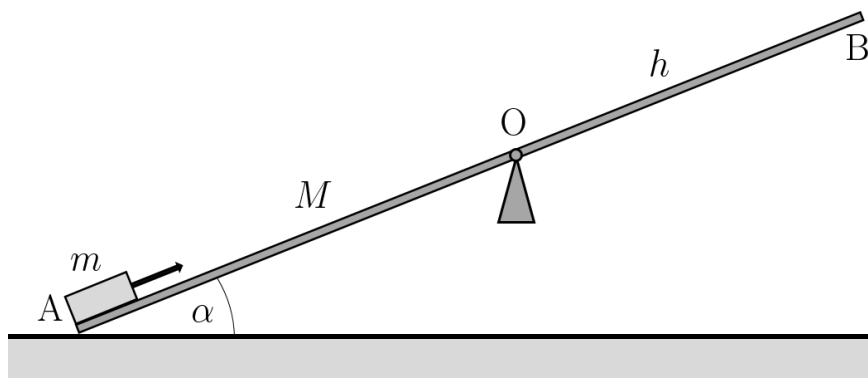
- Určete vzdálenost mezi místy, do kterých dopadnou kapky, které opouští kyvadlo při jeho průchodu rovnovážnou polohou. Jak dlouhou mokrou stopu na podlaze místnosti může voda nejvýše vytvořit, je-li výška místnosti $h = 2,6$ m?
- Do jaké hloubky H bychom museli umístit vodorovnou podložku pod kyvadlo nacházející se v rovnovážné poloze, aby kapky, které odkápnou z nádobky v rovnovážné poloze, dopadaly do stejného místa jako kapky, které odkápnou v krajní poloze kyvadla? Řešte obecně, využijte okolnosti, že pro malé úhly platí $\sin \varphi \cong \varphi$, $\cos \varphi = 1 - \frac{\varphi^2}{2}$.

Odpor vzduchu zanedbejte. Tíhové zrychlení $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

2. Nakloněná deska

Úzká hladká deska má hmotnost M , délku l a je upevněna ve vzdálenosti h od kratšího konce v kloubu O, kolem kterého se může volně otáčet kolem vodorovné osy. Její delší konec leží na vodorovné podlaze, se kterou svírá úhel α . Na spodním okraji desky leží těleso o hmotnosti m , kterému udělíme počáteční rychlost v směrem vzhůru po nakloněné rovině (obr. 1).

- Jakou rychlost musíme udělit tělesu, aby se spodní konec desky odpoutal od vodorovné roviny? V jaké vzdálenosti x od osy otáčení se těleso zastaví?
- Jaký musí být poměr $\frac{M}{m}$, aby tento případ mohl nastat?
- Jak se změní výsledky a) a b), nebude-li deska dokonale hladká a součinitel tření mezi tělesem a deskou bude f ?



Obr. 1

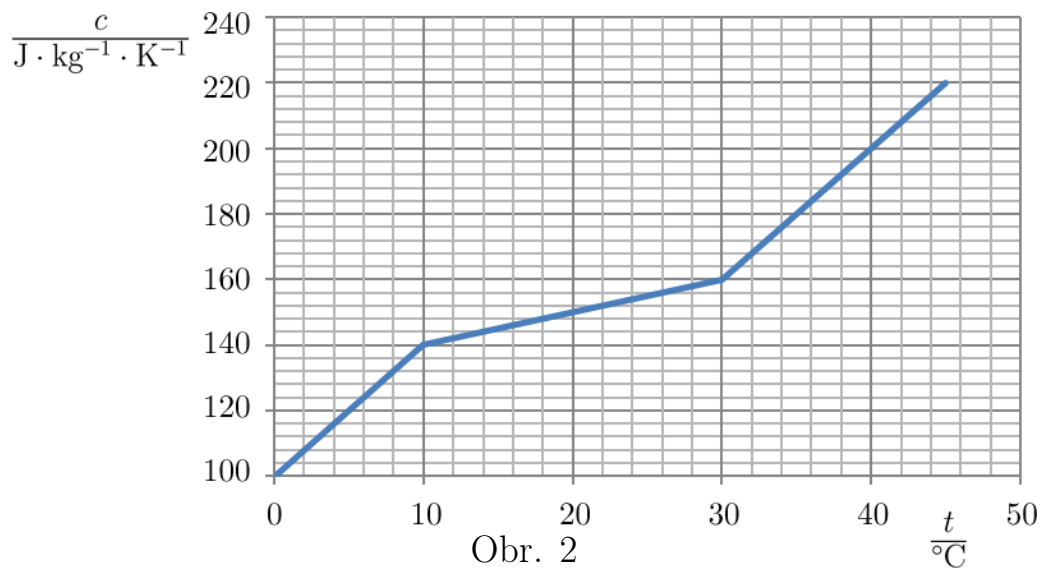
Rozměr tělesa je v porovnání s délkou desky zanedbatelný.

3. Měrná tepelná kapacita

V laboratoři byla vyvinuta nová látka, jejíž měrná tepelná kapacita závisí na teplotě, jak ukazuje graf. V kalorimetru smícháme hmotnost m_1 látky, která měla teplotu 0 °C a hmotnost m_2 látky, která měla teplotu 40 °C .

Tepelnou kapacitu kalorimetru a ztráty tepla do okolí zanedbejte.

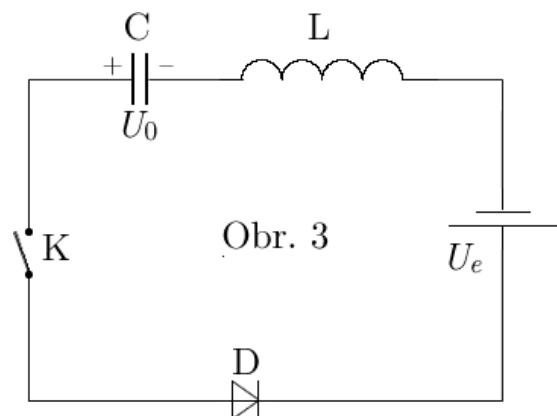
- Při jakém poměru $\frac{m_1}{m_2}$ se teplota v kalorimetru ustálí na 10 °C ?
- Při jakém poměru $\frac{m_1}{m_2}$ se teplota v kalorimetru ustálí na 30 °C ?
- Jaká teplota se ustálí v kalorimetru, jestliže v něm smícháme stejná množství této látky ($m_1 = m_2$), která měla teploty 0 °C a 40 °C ?



4. Obvod s diodou

Při rozpojeném klíči je na kondenzátoru o kapacitě $C = 20\text{ }\mu\text{F}$ v obvodu na obrázku napětí $U_0 = 12\text{ V}$. Elektromotorické napětí zdroje $U_e = 5\text{ V}$, indukčnost cívky $L = 2\text{ H}$. Dioda je ideální.

- Jaká bude maximální hodnota proudu I_m v obvodu po zapnutí klíče? Jaký náboj ΔQ prošel obvodem do dosažení této hodnoty proudu? Jakou práci W_z přitom vykonal zdroj?
- Jaké napětí U_k bude na kondenzátoru po ustavení rovnováhy po zapnutí klíče?



5. Nabíjení elektromobilu

Elektromobil Tesla model S má průměrnou spotřebu elektrické energie 240 Wh na kilometr. Spalovací motor automobilu stejné velikosti má průměrnou spotřebu $8,0$ litrů na 100 km .

Hustota benzínu $\rho = 750\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, výhřevnost benzínu $H = 43,5\cdot 10^6\text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}$.

- Porovnejte množství energie potřebné pro ujetí jednoho kilometru pro elektrický a benzinový pohon. Jaký je poměr těchto energií?
- Porovnejte mechanickou práci v obou případech s uvážením skutečnosti, že účinnost přeměny elektrické energie v elektromotoru je řádově 90 %, kdežto účinnost spalovacího motoru s turbodmychadlem 30 %.
- Elektromobil lze nabíjet jak z klasické jednofázové zásuvky, tak ze zásuvky třífázové. Vypočtete, jak dlouho bude trvat nabíjení 85 kWh akumulátoru, jestliže k nabíjení použijeme jednu fázi s napětím 230 V a stálým proudem 16 A, a jak dlouho by trvalo nabíjení třífázovým napětím 400 V, a stálým proudem 32 A. Uvažujte, že účinnost nabíjení je 85 %. Jaký dojezd lze v obou případech získat nabíjením po dobu jedné hodiny?

6. Praktická úloha: Studium kmitů deklinační magnetky

Pomůcky: cívka 300 z/5 A z rozkladného transformátoru, reostat 16 Ω /4 A, ampérmetr, zdroj stejnosměrného napětí 12 V, malá deklinační magnetka, stopky.

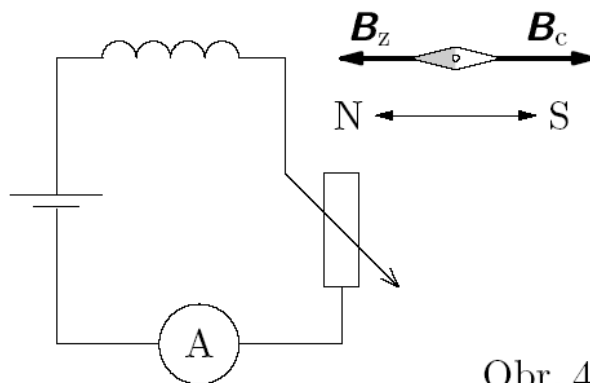
Úkol: Ověřte, že závislost periody malých kmitů deklinační magnetky okolo rovnovážné polohy na velikosti B horizontální složky magnetické indukce pole je popsána vztahem

$$T = kB^m, \quad (1)$$

kde k a m jsou konstanty. Určete hodnotu konstanty m , která by neměla záviset na použité magnetce.

Provedení úlohy:

- Cívku umístíme do vzdálenosti asi 15 cm od magnetky tak, aby její osa splývala s podélnou osou deklinační magnetky. Zdroj napětí připojíme k cívce přes reostat a ampérmetr tak, aby magnetická indukce B_c cívky v místě magnetky měla opačný směr než horizontální složka B_z magnetického pole Země (obr. 4).



Obr. 4

- Proud v obvodu nastavíme na hodnotu $I_0 = 1$ A a vzdálenost cívky od magnetky upravíme tak, aby se magnetka po vychýlení přestala vracet do rovnovážné polohy. Tím dosáhneme rovnosti $B_{c0} = B_z$, kde B_{c0} je velikost magnetické indukce pole cívky v místě magnetky při proudu I_0 .
- Reostatem postupně nastavíme alespoň 10 různých hodnot proudu $I > I_0$. Pokaždé změříme periodu kmitů magnetky po jejím malém vychýlení z rovnovážné polohy. Výsledky měření zapíšeme do tabulky:

i	I/A	$10T/\text{s}$	T/s	$\log(I - I_0)$	$\log T$

Vyhodnocení měření: Velikost B_c indukce magnetického pole cívky v místě magnetky je přímo úměrná procházejícímu proudu, konstantu úměrnosti označíme k_1 :

$$B_c = k_1 I, \quad B_z = B_{c0} = k_1 I_0.$$

Velikost B výsledné horizontální složky magnetické indukce v místě magnetky je tedy

$$B = k_1(I - I_0).$$

Dosazením do (1) dostaneme

$$T = k[k_1(I - I_0)]^m = K(I - I_0)^m, \quad (2)$$

kde $K = k \cdot k_1^m$. Zlogaritmováním vztahu (2) dojdeme k lineárnímu vztahu mezi proměnnými $y = \log T$ a $x = \log(I - I_0)$:

$$\log T = m \log(I - I_0) + \log K, \quad \text{tj. } y = mx + \log K. \quad (3)$$

Zpracování naměřených hodnot:

- Z výsledků měření sestrojte graf funkce (3).
- Z grafu funkce (3) určete konstantu m a vyjádřete ji ve tvaru $m \approx \frac{p}{q}$, kde p, q jsou malá celá čísla.
- Určete fyzikální rozměr konstanty k ze vztahu (1).

Poznámky: Je třeba použít magnetku malých rozměrů, u velkých dochází k tlumení. Magnetku vychýlit jen o malý úhel do 20° . Cívku a magnetku umístit na dřevěný stůl co nejdále od kovových předmětů – připojení ke zdroji, reostatu ampérmetru provést dlouhými vodiči. Zpracování naměřených hodnot doporučujeme provést v Excelu – zvolit *XY bodový graf*, přidat *spojnici trendu* a zobrazit rovnici regrese a koeficient spolehlivosti.

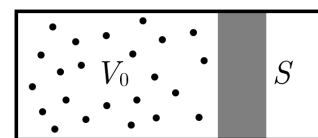
7. Plyn jako pružina

Ideální dvouatomový plyn vyplňuje vodorovně umístěnou válcovou nádobu uzavřenou pohyblivým pístem, který se může pohybovat bez tření. Stěny nádoby jsou dokonale vodivé. Plocha pístu je $S = 200 \text{ cm}^2$, počáteční objem nádoby je $V_0 = 3,0 \text{ l}$. Okolní atmosférický tlak je $p_0 = 101 \text{ kPa}$.

a) Dokažte, že při malých posunutích pístu, způsobených vnější silou, se plyn chová jako pružina při jejím stlačování a určete „tuhost“ k této pružiny.

b) Ukažte, že při malých posunutích pístu platí Hookův zákon a určete velikost Youngova modulu pružnosti E .

c) Určete „tuhost“ plynného tělesa k_1 a velikost modulu pružnosti E_1 v případě, že nádoba bude dokonale tepelně izolovaná.



Obr. 5

Pro malá x platí: $\frac{1}{1+x} \approx 1 - x + x^2 - x^3 + \dots$. Můžete také použít úpravu: $\frac{1}{1+x} = \frac{1-x}{1-x^2}$ a pak provést aproximaci zanedbáním kvadratického členu.