Úlohy 1. kola 63. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie B*

1. Míček na nakloněné rovině

Malý míček je z výšky h puštěn na dlouhou nakloněnou rovinu s úhlem sklonu α a několikrát se od ní odrazí. Ráz je dokonale pružný, velikost rychlosti se proto při odrazu nemění, úhel dopadu se rovná úhlu odrazu. Určete

a) vzdálenost x_1 bodů na nakloněné rovině, ve kterých míček dopadl na nakloněnou rovinu poprvé a podruhé,

b) vzdálenost x_2 bodů na nakloněné rovině, ve kterých míček dopadl na nakloněnou rovinu poprvé a potřetí,

c) poměr vzdáleností mezi jednotlivými body dopadu.

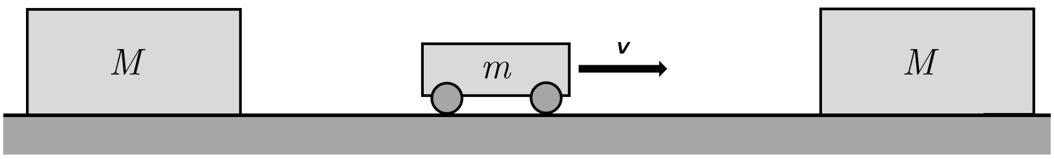
2. Vozík mezi hranoly

Na vodorovném povrchu leží dva stejné hranoly, každý o hmotnosti M (obr. 1). Součinitel tření mezi hranolem a podložkou je f. Mezi hranoly se bez tření pohybuje vozík, jehož hmotnost je $m = \frac{M}{3}$ a jeho počáteční rychlost má velikost v. Vozík se pohybuje vpravo. Po dokonale pružné srážce s pravým hranolem se pohybuje opačným směrem a po dokonale pružné srážce s levým hranolem zase v původním směru. Určete

a) velikost rychlosti vozíku v_1 a velikost rychlosti pravého hranolu u_1 po prvním odrazu,

b) velikost rychlosti vozíku v_2 po prvním odrazu od levého hranolu a velikost rychlosti u_2 levého hranolu po prvním odrazu,

c) o jakou vzdálenost l_1 a l_2 se posunou pravý a levý hranol po skončení pohybu vozíku, předpokládáme-li, že doba nárazu je nekonečné malá a při dalším nárazu vozíku je hranol zase v klidu.

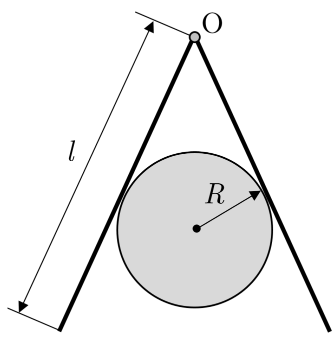


Obr. 1

Tíhové zrychlení $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

3. Válec mezi deskami

Dvě stejné, tenké, stejnorodé desky, každá o hmotnosti m a délce $l = 0{,}5$ m, jsou zavěšeny na společné vodorovné ose tak, že se mohou volně otáčet. Mezi desky umístíme válec o hmotnosti $M = 0{,}4m$ s poloměrem $R = 0{,}1$ m tak, že jeho osa je rovnoběžná s osou závěsu desek a body dotyku mezi válcem a deskami jsou právě v polovině délky desek (obr. 2).



Obr. 2

a) Jaký musí být součinitel tření f mezi válcem a deskami, aby soustava byla v rovnováze?

b) Jaký by musel být součinitel tření f_1, posuneme-li válec tak, aby body dotyku mezi válcem a deskami byly ve vzdálenosti $\frac{3}{4}l$ od osy otáčení?

c) Jak nejdále od osy otáčení mohou být body dotyku válce a desek, bude-li součinitel tření $f_2 = \frac{f}{2}$?

4. Přelévání vody

V jednom kalorimetru je $m = 200$ g vody o teplotě $t_{01} = 20$ °C, ve druhém kalorimetru je dvojnásobné množství vody o teplotě $t_{02} = 80$ °C. Z kalorimetru s teplejší vodou přelijeme $\Delta m = 50$ g vody do kalorimetru s chladnější vodou a po promíchání přelijeme stejné množství vody zpět do kalorimetru s vodou teplejší.

a) Jaký bude rozdíl teplot vody $(t_2 - t_1)$ v kalorimetrech po ustálení teplot?

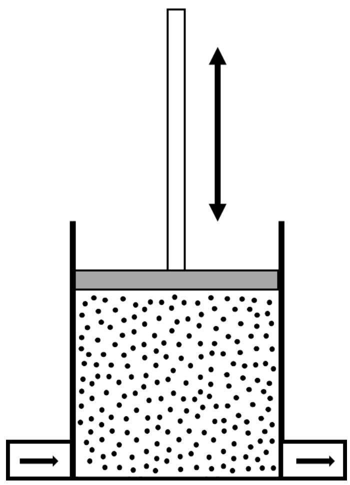
b) Jaký bude rozdíl teplot vody $(t_4 - t_3)$ v kalorimetrech, provedeme-li přelévání vody ještě jednou?

c) Kolikrát budeme muset toto přelévání opakovat, aby rozdíl teplot v kalorimetrech byl menší než 1 °C?

Ztráty tepla při přelévání vody a tepelnou kapacitu kalorimetrů zanedbáme.

5. Válec s ventily

Válec s pohyblivým pístem (obr. 3) je opatřen dvěma ventily; vstupní se otevírá, když rozdíl tlaku vzduchu vně a uvnitř válce je $\Delta p_1 = 0{,}20 p_0$, výstupní ventil se otevírá, když rozdíl tlaku vzduchu uvnitř a vně válce je $\Delta p_2 = 0{,}40 p_0$, kde p_0 je normální atmosférický tlak. Píst se pohybuje pomalu nahoru a dolů tak, že se objem vzduchu ve válci mění od objemu V_0 k objemu $2V_0$ a zpět. Teplota vzduchu T_0 vně i uvnitř válce se nemění.



Obr. 3

a) Určete největší a nejmenší množství látky n ve válci během pohybu pístu.

b) Zobrazte tento děj v $p - V$ diagramu po větším počtu kmitů pístu.

c) Jak se změní výsledky a) a b) v případě, že $\Delta p_1 = 0{,}40 p_0$ a $\Delta p_2 = 0{,}20 p_0$?

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty: $p_0 = 1{,}00 \cdot 10^5$ Pa, $V_0 = 1{,}00$ l, $T_0 = 300$ K. Molární plynová konstanta $R = 8{,}31 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

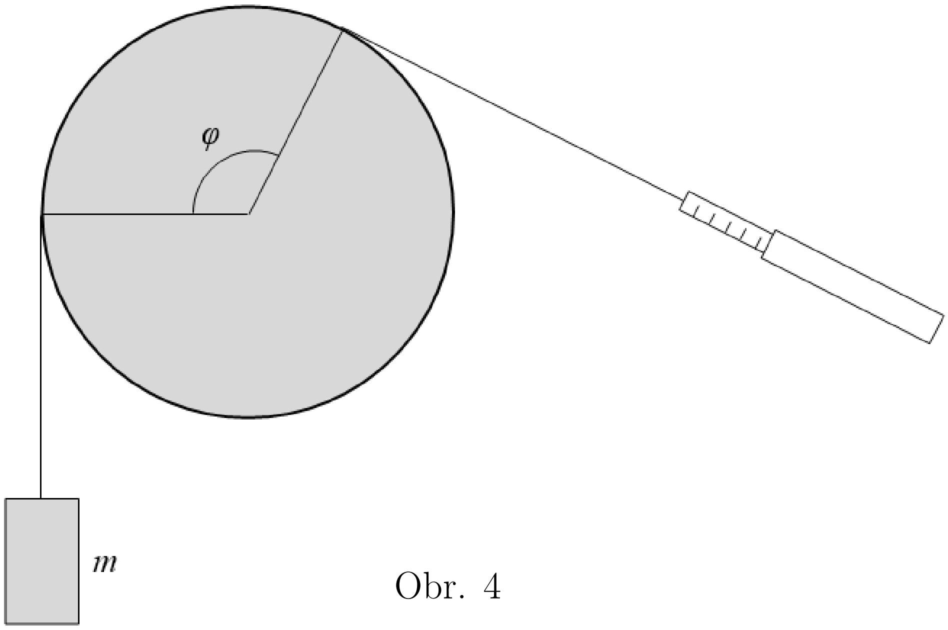
6. Praktická úloha: Vláknové tření

Přes upevněný válec s vodorovnou osou vedeme tenký provázek. Na jeho jeden konec zavěsíme závaží o hmotnosti m, na jeho druhý konec připevníme siloměr, za který táhneme v daném směru tak, že těleso velmi pomalu rovnoměrným pohybem stoupá vzhůru. Provázek přitom klouže po plášti válce v dotykovém kruhovém oblouku se středovým úhlem φ (úhel opásání). Siloměr pro tento úhel změří velikost F síly, která je součtem velikosti tíhové síly závaží mg a velikosti třecí síly F_t mezi provázkem a pláštěm válce. Součinitel smykového tření mezi provázkem a pláštěm válce označíme f. Z teorie plyne, že pro velikost této síly platí

$$F = mg \cdot \mathrm{e}^{f\varphi}, \tag{1}$$

kde úhel φ měříme v radiánech. To znamená, že tahová síla závisí na hmotnosti závaží, na úhlu opásání a na součiniteli smykového tření mezi provazem a pláštěm válce. Tahová síla naopak nezávisí na poloměru válce. Pro úplnost velikost samotné třecí síly lze vyjádřit

$$F_\mathrm{t} = F - mg = mg \cdot \mathrm{e}^{f\varphi} - mg = mg\left(\mathrm{e}^{f\varphi} - 1\right).$$



Obr. 4

Úkol: Změřte závislost (1) tahové síly na úhlu opásání pro daný válec a dvě různé hmotnosti závaží (F_1, F_2), pro válec z téhož materiálu a s jiným poloměrem (F_3) a pro válec z jiného materiálu (F_4). V každé závislosti zjistěte součinitel smykového tření.

Pomůcky: Stativová souprava, válcové profily podle požadavků, provázek, sada siloměrů, závěsné závaží.

Návod a poznámky:

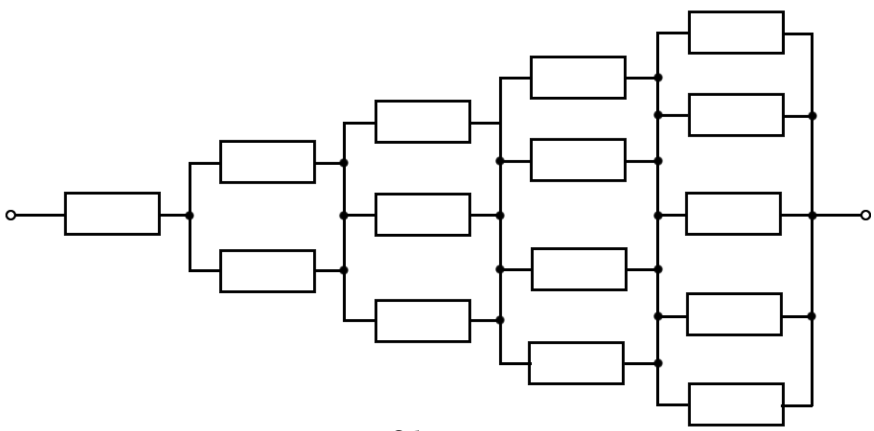
1) Jako válcovou plochu lze použít např. novodurové trubky s dvěma různými průměry.
2) Úhel opásání měníme po $\pi/2$ rad, tj. po 90°, od nuly např. do 4π rad. Hmotnosti závaží přizpůsobíme možnostem rozsahů siloměrů, stejně tak je možné měnit úhel po 45° místo po 90° do polovičního maxima. Naměřené hodnoty uspořádáme do tabulky, číselné a materiálové parametry jsou uvedeny pouze jako příklad.

$\frac{\varphi}{\text{rad}}$	$\frac{F_1}{\text{N}}$ $m = 50$ g novodur $d = 50$ mm	$\frac{F_2}{\text{N}}$ $m = 100$ g novodur $d = 50$ mm	$\frac{F_3}{\text{N}}$ $m = 50$ g novodur $d = 110$ mm	$\frac{F_4}{\text{N}}$ $m = 50$ g ocel $d = 12$ mm
0 $\frac{\pi}{2}$ π $\frac{3\pi}{2}$ 2π $\frac{5\pi}{2}$ 3π $\frac{7\pi}{2}$ 4π				
f				

3) Grafy závislostí sestrojíme v Excelu. Změřená data zapíšeme do buněk tabulky. Kurzorem označíme příslušné sloupce s daty a vložíme *Graf*. Volíme typ grafu *XY bodový*, podtyp *bodový* (tj. bez spojnic datových bodů) – zobrazí se soustava izolovaných bodů. Po kliknutí pravým tlačítkem myši na libovolný z nich z nabídky vybereme položku *Přidat spojnici trendu* a následně položku *Typ trendu a regrese*, zvolíme typ *Exponenciální*. Tím se zobrazí křivka zvaná exponenciála, která proloží body grafu. Zobrazíme též *Rovnici regrese*, tj. rovnici získané exponenciály.
4) Ze zobrazené rovnice regrese vyčteme číselnou hodnotu f součinitele smykového tření, zapíšeme do posledního řádku tabulky a zformulujeme závěr.

7. Rezistory s diamanty

Schéma na obrázku 5 se skládá z 15 stejných rezistorů. V každém z nich je ukrytý diamant. Rezistory jsou připojeny ke zdroji stálého napětí U. Chytrý lupič Arsen Lupin chce několik rezistorů ukrást. Přitom ví, že kdyby ukradl rezistor, na kterém je napětí větší než $\frac{U}{7}$, spustí se bezpečnostní alarm. Kolik rezistorů může nejvýše ukrást? Jaké bude konečné schéma zapojení? Uložení diamantů znemožňuje zkratování jednoho rezistoru nebo části obvodu.



Obr. 5