

## Úlohy 1. kola 64. ročníku fyzikální olympiády. Kategorie B

### 1. Akcelerometr

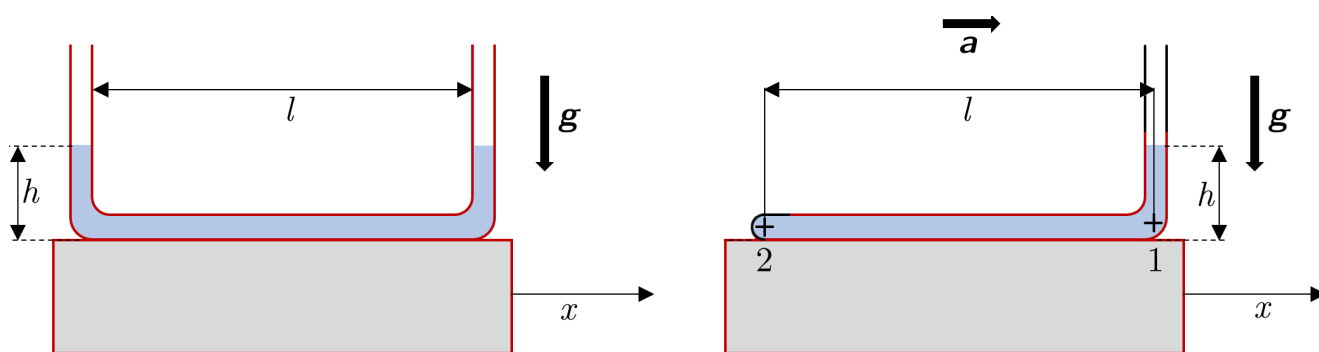
Pro měření zrychlení pohybu tělesa, které se pohybuje po vodorovné podložce podél osy  $x$ , můžeme použít akcelerometr, který má tvar U-trubice (obr. 1) částečně zaplněné vodou nebo jinou kapalinou se zanedbatelnou viskozitou. Vodorovná základna U-trubice má délku  $l$ , která je mnohem větší, než průměr trubice. Oba horní konce U-trubice jsou otevřené a postranní ramena trubice jsou dostatečně dlouhá, takže kapalina nepřeteče. Pokud je těleso v klidu, sahá kapalina v postranních ramenech do výšky  $h$ . Při rovnoměrně zrychleném pohybu tělesa v kladném směru osy  $x$  se hladina v jednom z ramen zvýší o  $\Delta h$ , ve druhém ramenu se o stejnou hodnotu sníží.

- Ve kterém rameni se hladina zvýší? Vyjádřete zvýšení hladiny  $\Delta h$  jako funkci velikosti zrychlení  $a$  tělesa při rovnoměrně zrychleném pohybu. Zvažte i možnost, že zrychlení bude tak velké, že hladina kapaliny se z jednoho sloupce přesune do vodorovné části trubice. Také pro tento případ vyjádřete  $\Delta h$  jako funkci  $a$ . Řešte obecně.
- Pro zrychlení v mezích od 0 do  $11 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  nakreslete graf závislosti zvýšení hladiny  $\Delta h$  na velikosti zrychlení a tělesa.

Dále budeme uvažovat podobné zařízení, které má pouze jedno rameno nahoře otevřené a spodní vodorovná část trubice bude z druhé strany uzavřená (obr. 2).

- Jaký bude tlak kapaliny v místě ohybu trubky (1) a jaký bude tlak kapaliny v místě, kde je trubice uzavřená (2), pohybuje-li se trubice se zrychlením  $a$  doprava? Řešte obecně.
- Trubice se pohybuje doleva. Při jakém zrychlení  $a_1$  se kapalina přestane dotýkat uzavřeného konce trubice? Řešte obecně a pak určete číselnou hodnotu  $a_1$ , jestliže kapalinou v trubici je voda.

Pro číselné vyjádření pracujte s hodnotami:  $l = 1,0 \text{ m}$ ,  $h = 0,20 \text{ m}$ ,  $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ , hustotou vody  $\rho_v = 1,00 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  a atmosférickým tlakem  $p_a = 1,00 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ .



Obr. 1

Obr. 2

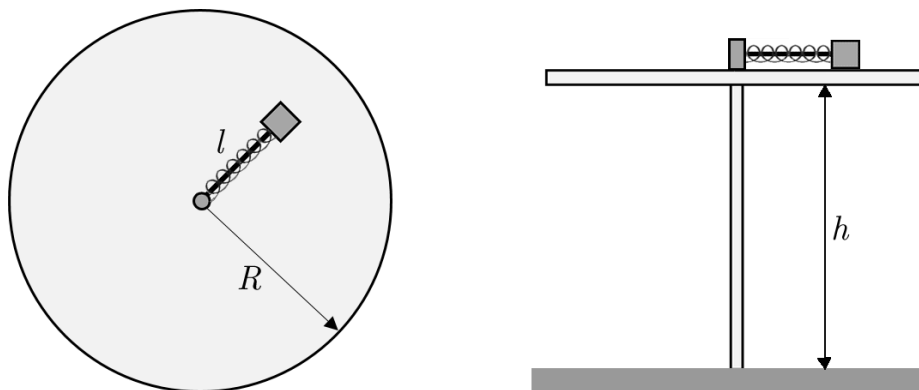
## 2. Hranolek na kruhové desce

Kruhová vodorovná deska s poloměrem  $R = 0,25$  m se může otáčet kolem své svislé rotační osy. Pružina s tuhostí  $k = 5,0 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$  a délce  $l_0 = 5,0$  cm je upevněna jedním koncem k ose rotace a její radiálně orientovaná osa je vzhledem k desce nehybná. Na druhém konci pružiny je upevněn hranolek o hmotnosti  $m = 0,10$  kg, jehož rozměry jsou v porovnání s délkou pružiny zanedbatelné (obr. 3). Rovina desky je ve výšce  $H = 0,80$  m nad zemí.

- Deska je nejprve v klidu. Vzdálenost hranolku od osy postupně zvětšujeme. Až do vzdálenosti  $l_1 = 7,0$  cm zůstává hranolek v klidu, teprve při této vzdálenosti se pohne směrem ke středu kotouče. Určete součinitel tření  $f$  mezi deskou a hranolkem.
- Deska se nyní otáčí s úhlovou frekvencí  $\omega_1 = 5,0 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ . Nakreslete společný graf závislosti velikostí setrvačné odstředivé síly a síly pružnosti na vzdálenosti  $l$  od osy otáčení.
- V jakých vzdálenostech od osy otáčení ( $l_2$  nejbliže k ose,  $l_3$  nejdále od osy) se nyní může hranolek nacházet v klidu vzhledem k desce?

Předpokládejme nyní, že deska je hladká a tření můžeme zanedbat.

- S jakou úhlovou frekvencí  $\omega_2$  se musí deska otáčet, aby se hranolek dostal až na její okraj?
- Hranolek, nacházející se na okraji otáčející se desky, se náhle uvolní. V jaké vzdálenosti od půdorysu desky dopadne hranolek?



Obr. 3

Řešte nejprve obecně, pak pro zadané hodnoty. Tíhové zrychlení  $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ , součinitel smykového tření v části a), b) a c) považujte za stálý. Při obecném řešení předpokládejte, že úhlová rychlost splňuje podmínku  $k > m\omega^2$ .

## 3. Válec s pískem

Válcová nádoba uzavřená víkem má průměr  $d$ , výšku  $h$  a hmotnost  $m$ . Do nádoby můžeme nasypat jemný písek do libovolné výšky  $v$  ( $0 < v \leq h$ ). Písek ve zcela zaplněné nádobě má hmotnost  $M$ . Nádobu postavíme na protiskluzovou rovinou

podložku s měnitelným úhlem sklonu  $\alpha$  vzhledem k vodorovné rovině. Nádoba je vždy uzavřená víkem a rovná hladina písku zůstává rovnoběžná s víkem a s dnem nádoby. Tloušťka pláště, dna a víka je všude stejná a je zanedbatelná vzhledem k rozměrům nádoby.

- Jaký může být nejvýše úhel  $\alpha_0$  sklonu podložky, aby se prázdná nádoba s víkem na podložce nepřekotila?
- Jaký může být nejvýše úhel  $\alpha_1$  sklonu podložky pro danou výšku  $v_1$  hladiny písku, aby se nádoba s pískem nepřekotila?
- Určete, při jaké výšce  $v_{\max}$  hladiny písku můžeme podložku maximálně naklonit, aniž by došlo k převrácení nádoby. Jaký úhel  $\alpha_{\max}$  bude této výšce odpovídat?

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty  $d = 10$  cm,  $h = 40$  cm,  $m = 0,25$  kg,  $M = 5,5$  kg,  $v_1 = 28$  cm.

#### 4. Srážka s družicí

Družice obíhá kolem Země po kružnici o neznámém poloměru  $r$ . Oběžná doba družice je  $T_1$ . V téže rovině se po elipse pohybuje těleso z kosmického smetí. Perigeum tělesa je ve vzdálenosti  $r$  a apogeum ve vzdálenosti  $5r/3$  od středu Země. V perigeu dojde ke srážce obou těles, přičemž vektory rychlosti mají stejný směr.

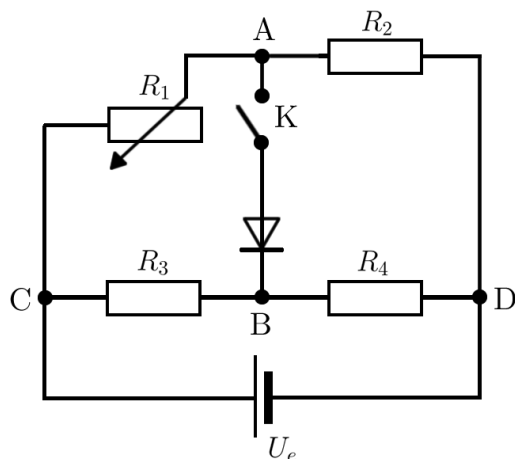
Každou ze čtyř částí řešte nejprve obecně a pak pro číselné hodnoty:  $T_1 = 7,20 \cdot 10^3$  s,  $GM = 3,99 \cdot 10^{14}$  N  $\cdot$  m<sup>2</sup>  $\cdot$  kg<sup>-1</sup>, kde  $G$  je gravitační konstanta a  $M$  hmotnost Země. Gravitační potenciální energie tělesa o hmotnosti  $m$  ve vzdálenosti  $r$  od středu Země při volbě nulové hladiny v nekonečnu je dána vztahem  $E_p = -\frac{GMm}{r}$ .

- Určete poloměr  $r$ .
- Určete rychlost družice  $v_k$ .
- Určete oběžnou dobu  $T_2$  kosmického smetí.
- Určete relativní rychlost  $v_r$  kosmického smetí vzhledem k družici v okamžiku srážky.
- Na základě výsledku úlohy d) posuďte, zda může smetí družici poškodit.

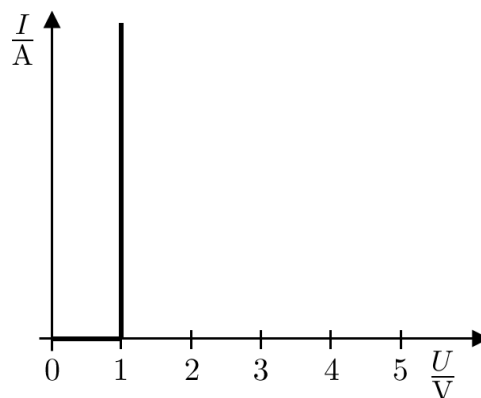
#### 5. Můstek s diodou

Ve schématu na obr. 4 je obvod, který se skládá z ideálního zdroje o elektromotorickém napětí  $U_e = 10$  V, z rezistorů  $R_1$  jehož odpor se může měnit v rozmezí 0 až 60  $\Omega$ ,  $R_2 = 12$   $\Omega$ ,  $R_3 = 8$   $\Omega$ ,  $R_4 = 2$   $\Omega$  a diody, jejíž voltampérová charakteristika je na obr. 5. Prahové napětí diody je  $U_0 = 1$  V.

- Jaký proud  $I_3$  poteče rezistorem  $R_3$  při otevřeném klíči?
- Jaký musí být odpor  $R_1$ , aby diodou při uzavření klíče procházel proud?
- Při jaké hodnotě  $R_1$  bude mít ztrátový výkon na diodě hodnotu  $P = 1,25$  W? Jaké jsou v tomto případě hodnoty proudů v obvodu?



Obr. 4



Obr. 5

## 6. Praktická úloha: Měření elektrochemického ekvivalentu mědi

*Teorie:* Prochází-li elektrický proud nádobou s roztokem síranu měďnatého (modré skalice)  $\text{CuSO}_4$  a měděnými elektrodami, anoda se rozpouští a na katodě se naopak vylučuje velmi čistá měď. Podle 1. Faradayova zákona pro elektrolýzu je hmotnost  $m$  vyloučené látky přímo úměrná prošlému náboji  $Q$ :

$$m = AQ = AIt.$$

Konstanta úměrnosti  $A$  je elektrochemický ekvivalent vylučované látky, v daném případě dvojmocné mědi.

*Provedení úlohy:* Použijeme školní soupravu pro pokusy z elektrolýzy (hraná kádinka, dva držáky elektrod, elektrody). Do kádinky nalijeme roztok 0,5 molu modré skalice v 0,5 litru vody. Měděné elektrody očistíme smirkovým papírem a tu, kterou použijeme jako katodu, pečlivě zvážíme. Sestavíme soupravu tak, aby elektrody byly vzájemně rovnoběžné a ponořené části elektrod měly plošný obsah alespoň  $25 \text{ cm}^2$ . (Počítáme jen stranu přivrácenou k druhé elektrodě.) Soupravu připojíme k regulovatelnému zdroji stejnosměrného napětí nebo přes vhodný reostat ke zdroji stálého stejnosměrného napětí a po dostatečně dlouhou dobu (alespoň jednu hodinu) udržujeme stálý proud 0,5 A. Po vypnutí proudu vyjmeme katodu, opláchneme ji a osušíme proudem horkého vzduchu (neotíráme). Suchou elektrodu znovu zvážíme.

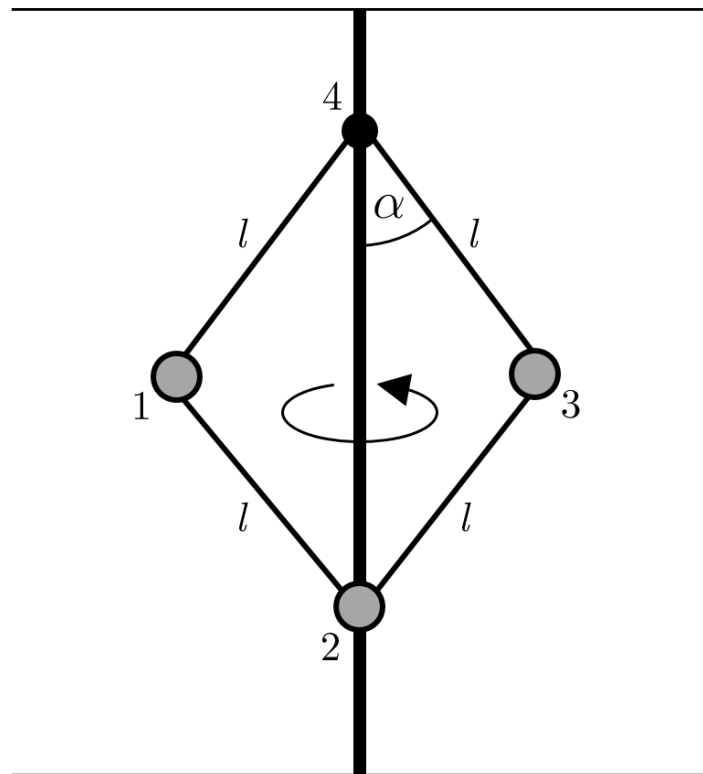
*Úkol:* Z hmotnosti mědi vyloučené na katodě a náboje, který prošel elektrolytem, určete elektrochemický ekvivalent mědi. Zhodnoťte přesnost měření a odhadněte možnou chybu výsledku. Výsledek porovnejte s tabulkovou hodnotou.

## 7. Tři rotující tělesa

Tři tělesa, každé o hmotnosti  $m = 0,1 \text{ kg}$ , jsou spojena podle obrázku 6 pevnými tyčemi zanedbatelné hmotnosti o délce  $l = 0,2 \text{ m}$  a připevněna v bodě 4 k pevné ose. Spodní těleso se může během rotace po ose volně (bez tření) pohybovat. Celý systém byl uveden do rotace kolem pevné osy, procházející bodem 4 a druhým tělesem.

- Jakými silami  $T_1$  jsou při otáčení namáhány pevné tyče mezi body 1 a 2 a mezi body 2 a 3, jestliže se při rotaci pevné tyče odklonily od svislého směru o úhel  $\alpha = 45^\circ$ ?
- Jakými silami  $T_2$  jsou při tomto otáčení namáhány pevné tyče mezi body 1 a 4 a mezi body 3 a 4?
- Jakou rychlostí se pohybují tělesa 1 a 3?
- Jaká práce  $W$  musela být vynaložena na roztočení soustavy?

Rozměry těles a tření v kloubech jsou zanedbatelné. Tíhové zrychlení  $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .  
Řešte vždy nejprve obecně, pak pro číselné hodnoty.



Obr. 6