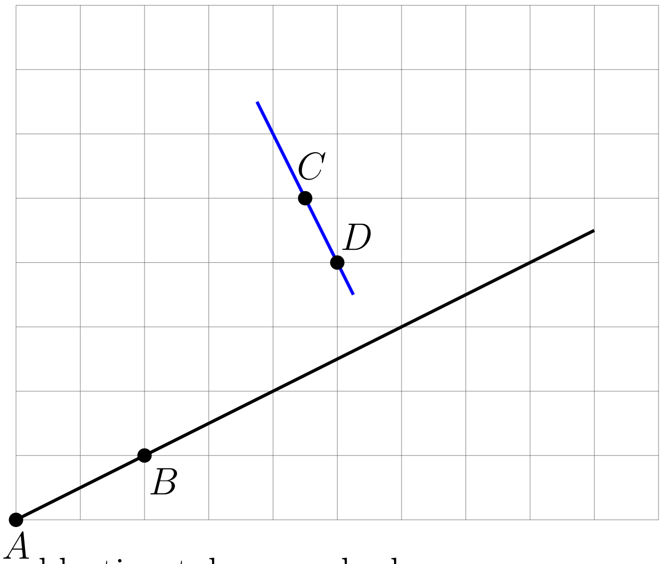
Úlohy 1. kola 57. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie C*

1. Autobus a chodec

Na obrázku je mapa. Měřítko na obou osách je stejné. Dlouhá čára je silnice, po které jede stálou rychlostí autobus. Ve 12:30 h je v bodě A, po 20 minutách v bodě B. Z chaty k zastávce autobusu na silnici míří po nejkratší cestě stálou rychlostí chodec, který se v 8:00 h nacházel v bodě C a po 2 hodinách cesty v bodě D.



Obr. 1

a) Porovnejte rychlosti autobusu a chodce.

b) Jak dlouho bude čekat chodec na zastávce na příjezd autobusu?

c) V zimě je cesta namáhavější. Chodec musí jít pomaleji, proto vyjde dříve. V bodě C je v 7:15 h, v bodě D je pak v 10:00 h. Stihne autobus, který jede přesně na čas?

2. Jízda nákladního automobilu

a) Nákladní automobil, který má hmotnost $m = 5{,}0\,\mathrm{t}$ a jede po vodorovné silnici, začne rovnoměrně brzdit. Během doby brzdění $t_\mathrm{b} = 4{,}5\ \mathrm{s}$ se velikost jeho rychlosti sníží z $v_1 = 18\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ na $v_2 = 12\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Určete velikost F_1 brzdné síly, která k tomu byla zapotřebí, a dráhu s_1, kterou automobil během brzdění urazí.

b) Pak automobil začne zase zrychlovat s konstantním zrychlením o velikosti $a_2 = 1{,}6\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$ na dráze $s_2 = 80\ \mathrm{m}$. Určete velikost v_3 jeho rychlosti na konci této dráhy a dobu t_3, za kterou tuto dráhu projel.

c) Sestrojte graf závislosti výkonu motoru na čase během zrychlování, víte-li, že velikost odporové síly působící na automobil závisí na rychlosti podle vztahu

$$\{F_\mathrm{o}\} = 700 + 20\{v\}^2.$$

d) Řidič automobilu, který jede rychlostí v_3, uvidí před sebou traktor, jedoucí stejným směrem rychlostí $v_\mathrm{T} = 4\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Protože ho nemůže předjet, začne brzdit s maximálním možným zrychlením o velikosti $a_3 = 3{,}6\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$. V jaké nejmenší vzdálenosti d za traktorem musí řidič začít brzdit, má-li brzdění skončit ve vzdálenosti $s_0 = 15\ \mathrm{m}$ za traktorem?

3. Potápění kotouče

Do široké nádoby nalijeme rtuť o hustotě $\rho_2 = 13\,600\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$ do výšky $h_2 = 5{,}0\ \mathrm{cm}$ a na ni nalijeme vodu o hustotě $\rho_1 = 1\,000\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$ do výšky $h_1 = 10{,}0\ \mathrm{cm}$ nad hladinu rtuti. Na hladinu vody položíme kotouč o výšce $h = 2{,}0\ \mathrm{cm}$, průměru $d > h$ a hustotě ρ. Určete, v jaké hloubce H pod hladinou vody se bude nacházet spodní podstava kotouče, je-li

a) $\rho = 600\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$,

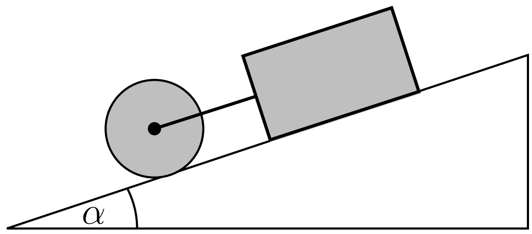
b) $\rho = 7\,800\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$.

c) Nakreslete graf závislosti H na hustotě $\rho \in (0; 15\,000)\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$.

Zvýšení hladiny vody v nádobě při potápění kotouče zanedbejte.

4. Válec a kvádr na nakloněné rovině

Plný homogenní válec o hmotnosti m_1 a kvádr o hmotnosti m_2 jsou vzájemně spojeny táhlem a pohybují se na nakloněné rovině. Táhlo je u obou podstav válce spojeno s osou válce, kolem níž se může válec volně otáčet. Rovina táhla je rovnoběžná s nakloněnou rovinou. Součinitel smykového tření mezi kvádrem a povrchem nakloněné roviny je f.



Obr. 2

a) Určete úhel sklonu α_1, při němž se soustava může pohybovat rovnoměrně.

b) Určete úhel sklonu α_2, při němž táhlo nebude napínáno ani stlačováno.

c) Určete obecně funkční závislost souřadnice zrychlení a_x soustavy na úhlu α sklonu nakloněné roviny. Osu x orientujeme ve směru nakloněné roviny šikmo dolů. Jak se bude soustava pohybovat na nakloněné rovině se sklonem $\alpha = 12°$?

Válec na nakloněné rovině neprokluzuje. Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $m_1 = 0{,}30\ \mathrm{kg}$, $m_2 = 0{,}80\ \mathrm{kg}$, $f = 0{,}40$. Tíhové zrychlení $g = 9{,}81\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

5. Statika prázdného sudu

Prázdný ocelový sud tvaru válce a bez víka má hmotnost $m = 30\ \mathrm{kg}$. Průměr sudu je $D = 0{,}60\ \mathrm{m}$, výška $H = 0{,}85\ \mathrm{m}$. Tloušťku stěny a dna zanedbejte.

a) Určete výšku h těžiště nade dnem sudu.

b) Sud leží na svém plášti. Určete práci W_1 nutnou k postavení sudu do polohy s dnem dole a práci W_2 nutnou k postavení sudu do polohy s dnem nahoře.

c) Rozhodněte, do které z těchto dvou konečných poloh musíme vyvinout největší nutnou sílu. Určete polohu působiště, velikost a směr této síly.

Řešte nejprve obecně, pak pro číselné hodnoty. Tíhové zrychlení je $g = 9{,}81\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

6. Měření Youngova modulu pružnosti

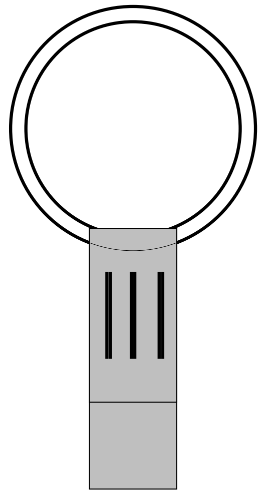
Při zatěžování tělesa v podélném směru se mění jeho délkové rozměry. Při malých zatíženích, kdy je deformace pružná, platí Hookeův zákon

$$\frac{F}{S} = E\frac{\Delta l}{l_1},$$

Tento vztah lze rovněž zapsat jako

$$\sigma_n = E\varepsilon,$$

kde ε je relativní prodloužení vzorku, tj. poměr absolutního prodloužení při dané napínací síle F a počáteční délky l_1.



Obr. 3

Úkoly:

a) Sestrojte křivku deformace, tj. závislost normálového napětí na relativním podélném prodloužení prádlové gumy.

b) Určete Youngův modul pružnosti daného vzorku gumy.

Pomůcky: Kousek prádlové gumy o délce asi 40 cm, dva kroužky na klíče nebo podobné kroužky, stojan, držák s háčkem, závaží, posuvné měřidlo, délkové měřítko.

Postup:

a) Změřte šířku s a tloušťku d vzorku gumy pomocí posuvného měřidla. Pro přesnější měření tloušťky je vhodné vzorek několikrát přeložit a změřit např. pět tlouštěk na sobě. Z naměřených hodnot vypočtěte obsah průřezu.

b) Na oba konce vzorku připevněte sešívačkou podle obrázku kroužky ke klíčům (obr. 3). Za jeden kroužek měřený vzorek zavěste na stojan.

c) Na druhý kroužek zavěste takové závaží, aby guma byla napjatá. Tíhu tohoto závaží v dalším postupu neuvažujte. Změřte počáteční délku l_1. Pak přidávejte další závaží a měřte velikost prodloužení Δl způsobené přidanou silou F. Pro každou zátěž vypočítejte napínací sílu a působící normálové napětí.

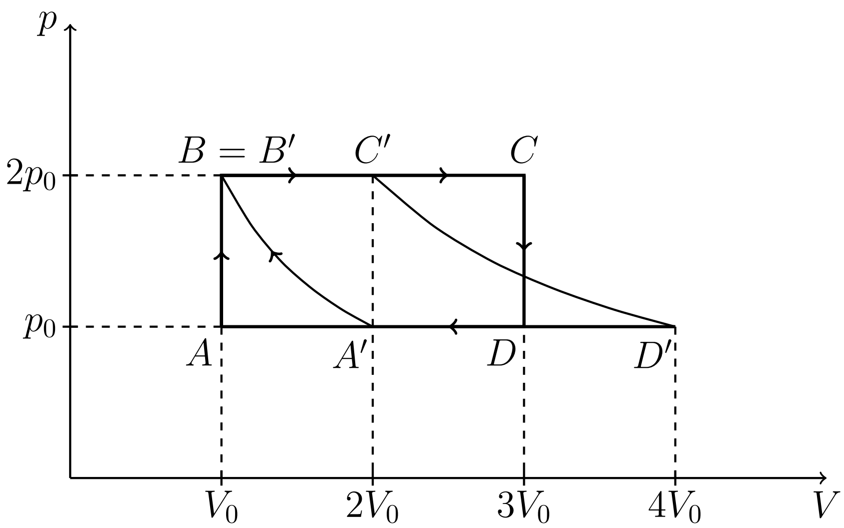
d) Vypočtené hodnoty normálového napětí vyneste do grafu jako funkci relativního prodloužení. Např. v Excelu si vytvořte tabulku, zapište do ní naměřené údaje a proveďte výpočty ε. Volte typ grafu *XY bodový*, podtyp *bodový* (bez spojnic datových bodů). Po kliknutí pravým tlačítkem myši na libovolný ze zobrazených bodů z nabídky zvolte *Přidat spojnici trendu* a dále vyberte vhodný *Typ trendu a regrese lineární.* Tím se zobrazí přímka, která proloží zobrazené body v grafu. Zobrazte též *Rovnici regrese*, tj. rovnici získané přímky. Pokud z deformační křivky zjistíte, že již deformace není pružná, proveďte další měření v lineární části křivky, abyste jich měli alespoň pět.

e) Z rovnice regrese určete Youngův modul pružnosti a porovnejte ho s hodnotou, která je pro gumu uvedena v tabulkách nebo na internetu.

$\frac{m}{\mathrm{g}}$	$\frac{F}{\mathrm{N}}$	$\frac{\sigma_n}{\mathrm{Pa}}$	$\frac{\Delta l}{\mathrm{mm}}$	$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_1}$

7. Dva tepelné stroje

Dva tepelné stroje pracují v cyklech $ABCDA$ a $A'B'C'D'A'$ podle obrázku 4. Oba stroje pracují s ideálním plynem o stejném látkovém množství n s jednoatomovými molekulami. Při přechodech ze stavu C' do D' a ze stavu A' do B' je konstantní teplota.



Obr. 4

a) Určete teploty, se kterými stroje pracují v jednotlivých stavech A, B, C, D, A', B', C', D'.

b) Určete práci vykonanou při jednom cyklu prvním a druhým tepelným strojem.

c) Určete velikost přijatého tepla během jednoho cyklu prvním a druhým tepelným strojem.

d) Porovnejte účinnosti prvního a druhého tepelného stroje.

Řešte úlohu obecně a následně pro hodnoty: $n = 1{,}00$ mol, $V_0 = 10{,}0$ l, $p_0 = 1{,}00 \cdot 10^5$ Pa, $C_V = \frac{3}{2}R_\mathrm{m}$, $C_p = \frac{5}{2}R_\mathrm{m}$, $R_\mathrm{m} = 8{,}31\ \mathrm{J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}}$.