Úlohy 1. kola 60. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie C*

1. Tři turisté a jedno kolo

Karel, Luboš a Michal si naplánovali výlet z místa A do místa B, která jsou od sebe vzdálena $s = 22$ km. Pěšky jde každý z nich rychlostí $v_0 = 5\ \mathrm{km\cdot h^{-1}}$, na kole každý jede rychlostí $4v_0$. Když na jednom kole pojedou dva, pak jedou rychlostí $3v_0$.

a) Jak dlouho bude výlet trvat, když Karel nejprve převeze Luboše a pak se vrátí pro Michala, který mezitím šel pěšky?

b) Navrhněte způsob přepravy tak, aby doba výletu byla co nejkratší, a určete tuto dobu.

2. Tři válce

Těleso je složeno ze tří souosých válců ze stejného materiálu, různého průřezu a různé výšky. Těleso je zavěšeno na siloměru a ve směru osy postupně ponořováno do kapaliny. Závislost velikosti síly $\boldsymbol{F}$, kterou ukazuje siloměr, na hloubce ponoru tělesa, je zaznamenána v tabulce. Příčný průřez nejužšího válce je $S = 10\ \mathrm{cm^2}$. Sestrojte graf závislosti vztlakové síly na hloubce ponoru a pomocí tabulky nebo grafu určete výšky a průřezy jednotlivých válců, hustotu kapaliny a hustotu materiálu, ze kterého jsou válce zhotoveny.

Tíhové zrychlení $g = 9{,}81\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

$\frac{h}{\mathrm{cm}}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$\frac{F}{\mathrm{N}}$	61,6	61,3	61,0	60,7	60,4	60,1	59,8	59,5	59,2	58,9	58,6	58,0	57,4	56,8
$\frac{h}{\mathrm{cm}}$	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	
$\frac{F}{\mathrm{N}}$	56,2	55,6	55,0	54,4	54,3	54,2	54,1	54,0	53,9	53,8	53,7	53,7	53,7	

3. Sledování družic

V centru kosmického výzkumu jsou sledovány družice obíhající kolem Země a je zaznamenávána jejich poloha. U jedné z družic, obíhajících po kruhové dráze, bylo zjištěno, že se družice nacházela přesně nad rovníkem na 20° východní délky a na 160° východní délky. Nad severní i nad jižní polokoulí se družice dostává nejvýše nad 40° severní šířky a jižní šířky.

a) S jakou periodou T družice obíhá kolem středu Země?

b) V jaké vzdálenosti r a jakou rychlostí v družice obíhá kolem středu Země?

c) Kolem Země obíhá ve stejné rovině po stejně skloněné kruhové dráze jiná družice. Jaká je úhlová vzdálenost míst jejího přeletu nad rovníkem, jestliže se družice pohybuje úhlovou rychlostí o poloviční velikosti v porovnání s první družicí? V jaké vzdálenosti r_1 a jakou rychlostí v_1 obíhá druhá družice kolem středu Země?

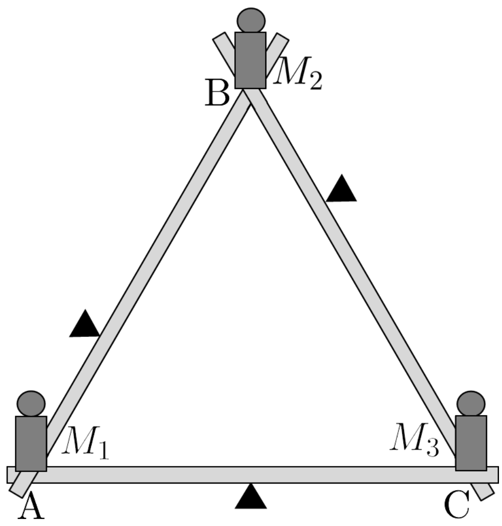
Oběžná doba Země kolem osy je $T_Z = 24$ h, poloměr Země $R_Z = 6{,}4 \cdot 10^6$ m. Gravitační konstanta $G = 6{,}7 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$, hmotnost Země $M_Z = 6{,}0 \cdot 10^{24}$ kg.

4. Tři páky se závažím

Tři páky zanedbatelné hmotnosti leží jedna na druhé tak, že tvoří rovnostranný trojúhelník ABC. Dvě páky spočívají na podpěrách umístěných v jedné třetině jejich délky, třetí páka na podpěře umístěné v polovině její délky (obr. 1). V bodech A a B jsou umístěna závaží o hmotnosti $M_1 = M_2 = 8$ kg. V bodě C je umístěno závaží o neznámé hmotnosti M_3 tak, že celý systém je v rovnováze.

a) Určete, jaká může být hmotnost závaží M_3.

b) Určete velikosti sil F_{AB}, F_{BC} a F_{AC}, které působí na podpěry, pokud by byly hmotnosti M všech tří závaží stejné.



Obr. 1

5. Kalorimetry a součástky

Tepelně izolovaná nádoba – kalorimetr – je až po okraj plná vody o teplotě $t_1 = 19{,}0$ °C. Když do kalorimetru vhodíme jednu kovovou součástku o hustotě $\rho = 2\,700\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$ a teplotě $t = 99{,}0$ °C, část vody přeteče a teplota vody po ustavení rovnováhy stoupne na $t_2 = 32{,}2$ °C. Když pokus opakujeme se stejným množstvím stejně teplé vody, ale do kalorimetru vhodíme dvě stejné a stejně zahřáté součástky, bude výsledná teplota v kalorimetru $t_3 = 48{,}8$ °C.

a) Jaká je měrná tepelná kapacita c materiálu, z něhož jsou zhotoveny součástky?

b) Jaký je poměr hmotnosti vody v kalorimetru před vhozením součástky a hmotnosti kovové součástky?

c) Jaká by byla výsledná teplota t_4, kdybychom do kalorimetru místo dvou vhodili tři stejné a stejně zahřáté součástky?

Úlohy a) a b) řešte nejprve obecně, část c) řešte pouze číselně s použitím výsledku části a).

Měrná tepelná kapacita vody je $c_v = 4\,200\ \mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$, hustota vody $\rho_v = 1\,000\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$. Ztráty tepla do okolí a tepelná kapacita samotného kalorimetru jsou zanedbatelné.

6. Praktická úloha: Měření povrchového napětí

Úkol: Porovnejte povrchové napětí destilované vody a vodného roztoku saponátu

a) metodou kapilární elevace,
b) odtrhovací metodou,
c) kapkovou metodou.

Měření proveďte při teplotě laboratoře. Povrchové napětí saponátového roztoku změřte při různých koncentracích (1:10 000, 1:1 000, 1:100) a výsledky porovnejte. Naměřené povrchové napětí čisté vody porovnejte s hodnotou uvedenou v tabulkách.

Pomůcky: Dvě skleněné kádinky, saponátový prostředek na nádobí (např. Jar), destilovaná voda, kapilára, mikrometr, jehla, milimetrové měřítko, laboratorní váhy, stojan, skleněná trubička s nádobkou a kohoutem, závěsný kroužek (nebo kovový rámeček s nataženým drátkem), stoleček nad misku vah.

Provedení úlohy:

a) *Metoda kapilární elevace* je založena na porovnání tíhy G sloupce kapaliny vystouplé v kapiláře a síly F vyvolané povrchovým napětím, která tento sloupec udržuje v určité výšce nad okolní hladinou (obr. 2):

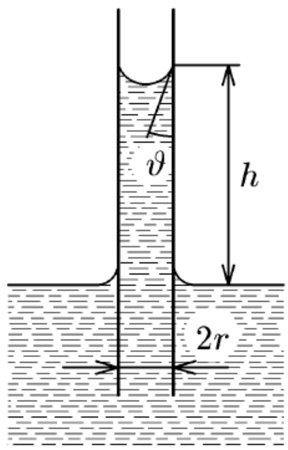
$$G = \pi r^2 h \varrho g\,, \qquad F = 2\pi r \sigma \cos\vartheta\,.$$

Jelikož úhel smáčení $\vartheta < 10°$, můžeme psát

$$\cos\vartheta \doteq 1\,, \quad F \doteq 2\pi r\sigma\,.$$

Z rovnosti $F = G$ plyne

$$\sigma = \frac{h\varrho g r}{2}\,.$$



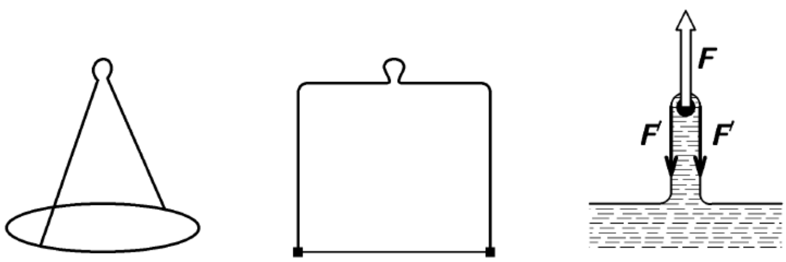
Obr. 2

Do kádinky naplněné zkoumanou kapalinou ponoříme svisle kapiláru, poněkud ji posuneme nahoru a změříme kapilární elevaci h. Průměr kapiláry $2r$ zjistíme pomocí jehly, kterou zasuneme do kapiláry a v místě označeném při okraji kapiláry změříme mikrometrem.

b) *Odtrhovací metoda* je založena na zjištění síly potřebné k odtržení povrchové blány ulpívající na kroužku (či rovném drátku) délky l vytahovaného z kapaliny, která jej smáčí (obr. 3). Kapalinová blána má dva povrchy a působí tedy silou

$$F = 2\sigma l\,,$$

kterou můžeme určit pomocí laboratorních vah.

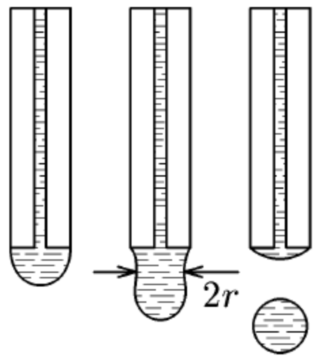


Obr. 3

Nad misku vah umístíme můstek s kádinkou, ve které je zkoumaná kapalina, a na konec vahadla zavěsíme kroužek nebo rámeček s drátkem a vyvážíme jej. Hladinu kapaliny v kádince upravíme tak, aby se nacházela asi 2 mm pod vyváženým kroužkem. Vychýlíme-li vahadlo, hladina zachytí kroužek a rovnováha se poruší. Sílu povrchového napětí určíme tárováním. Na druhou misku vah přidáme lehký kalíšek a na něj sypeme zvolna drobná tělíska (táru), až dojde k odtržení kroužku od hladiny vody nebo k vytažení tenkého kapalinového prstence nad hladinu saponátového roztoku. (Jako tárovací tělíska se hodí např. jáhly nebo hořčičné semínko.) Zvážíme hmotnost m samotného kalíšku s tělísky a určíme povrchové napětí

$$\sigma = \frac{mg}{2l}\,.$$

c) *Kapková metoda* měření povrchového napětí spočívá v určení poměru hmotností kapek dvou kapalin (měřené a srovnávací) při znalosti povrchového napětí srovnávací kapaliny. Ze silnostěnné skleněné trubičky necháme *velmi zvolna* odkapat stejný počet N kapek měřené i srovnávací kapaliny. Jejich celkové hmotnosti $M_1,\ M_2$ pak zvážíme.



Obr. 4

Tíhová síla působící na kapku v okamžiku odtržení od konce trubičky je rovna síle povrchového napětí:

$$\frac{M_1 g}{N} = 2\pi r\sigma_1 \qquad \frac{M_2 g}{N} = 2\pi r\sigma_2\,,$$

$$\sigma_1 = \frac{M_1}{M_2}\sigma_2\,.$$

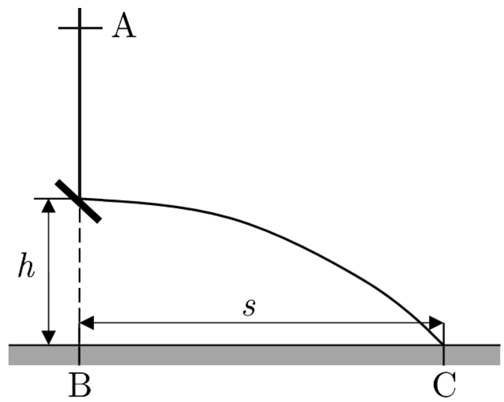
Jako srovnávací kapalinu zvolíme destilovanou vodu.

7. Odražená kulička

Malá kulička volně puštěná z bodu A dopadá na pevnou desku, upevněnou ve výšce $h = 1{,}20$ m nad vodorovným povrchem Země tak, že svírá s vodorovnou rovinou úhel $\alpha = 45°$. Po dokonale pružném odrazu dopadá na povrch Země v bodě C ve vzdálenosti $s = 4{,}20$ m (obr. 5).

a) Určete celkovou dobu letu kuličky t.

b) Určete výšku H, ze které byla kulička puštěna. Úlohy a) a b) řešte nejprve obecně.



Obr. 5

c) V jaké výšce h_0 nad vodorovným povrchem Země musíme umístit odraznou desku, aby kulička doletěla do maximální vzdálenosti? Určete tuto maximální vzdálenost s_0. Tíhové zrychlení $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.