Úlohy 1. kola 60. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie D*

1. Vlak mezi zastávkami

Elektrický zastávkový vlak se rozjížděl se zrychlením o velikosti $a_1 = 0{,}50\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$, v okamžiku dosažení rychlosti $v_1 = 54\ \mathrm{km\cdot h^{-1}}$ změnil velikost zrychlení na $a_2 = 0{,}32\ \mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$, s nímž zrychloval po dobu $t_2 = 25$ s. Dále se po dobu $t_3 = 2$ min 30 s pohyboval rovnoměrným pohybem a nakonec na dráze $s_4 = 460$ m rovnoměrně zpomaleným pohybem zastavil.

a) Proveďte potřebné výpočty a sestrojte graf závislosti rychlosti na čase.

b) Vypočtěte průměrnou rychlost vlaku.

2. Dva válce na sobě

Železný válec má průměr $d_1 = 8{,}0$ cm a výšku $h_1 = 3{,}5$ cm. Hliníkový válec má stejný průměr a hmotnost $m_2 = 0{,}730$ kg. Válce postavíme podstavami na sebe, čímž vznikne složený válec. Hustota železa je $\rho_1 = 7\,800\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$, hustota hliníku $\rho_2 = 2\,700\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$. Tíhové zrychlení je $g = 9{,}81\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

a) Určete výšku h složeného válce a jeho průměrnou hustotu ρ.

b) Určete tlak p, kterým složený válec působí na podložku.

Řešte nejprve obecně, pak pro dané hodnoty.

3. Cyklista v parku

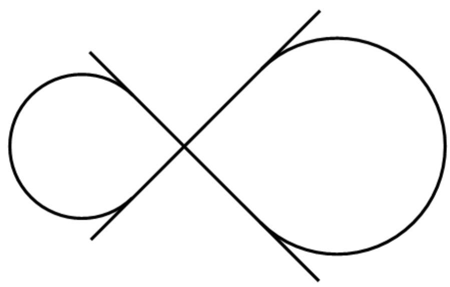
Na křižovatce cest v parku je uzavřená smyčka ve tvaru osmičky. Rovné úseky se protínají pod pravým úhlem a na kruhové úseky navazují v tečném směru. Celková délka smyčky je $s = 280$ m a cyklista ji projel rovnoměrným pohybem za dobu $t = 46$ s. Poloměr většího kruhového úseku je $r_2 = 25$ m.

a) Určete poloměr r_1 menšího kruhového úseku.

b) Určete velikost úhlu α_1 a velikost úhlu α_2, o které je cyklista v jednotlivých zatáčkách odchýlen od svislého směru.

c) Rozhodněte, zda takto může smyčku bezpečně projíždět po dešti, kdy součinitel smykového tření mezi kolem a mokrým asfaltovým povrchem je $f = 0{,}35$.

Řešte nejprve obecně, pak pro dané hodnoty. Cyklista při přejezdu ze zakřivené trajektorie na rovný úsek, a naopak změní sklon plynule ve velmi krátké době, kterou považujte za zanedbatelnou.



Obr. 1

4. Lyžař na svahu

Lyžař sjíždí svah s úhlem sklonu $\alpha = 13°$ a délky $s = 70$ m. Na svah navazuje dostatečně dlouhá vodorovná rovina se stejnou kvalitou sněhu.

a) Určete dobu jízdy t_0 na svahu, zanedbáme-li tření mezi lyžemi a sněhem.
b) Určete dobu jízdy t_1 na svahu, je-li součinitel smykového tření $f_1 = 0{,}060$.
c) Po sněžení se doba pohybu na svahu prodloužila na $t_2 = 17$ s. Určete součinitel smykového tření f_2.
d) Určete v případech b) a c) dráhy s_1 a s_2, na kterých na vodorovné rovině zastaví.

Ve všech případech zanedbáme odpor vzduchu. Řešte nejprve obecně, pak pro dané hodnoty, dráhu s_2 stačí určit pouze číselně.

5. Průjezd opravovaným úsekem silnice

Automobil o hmotnosti $m = 1\,600$ kg se pohybuje rychlostí o velikosti $v_1 = 90\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$ a před opravovaným úsekem silnice začne brzdit tak, že za dobu $\Delta t = 12$ s rovnoměrně zpomaleným pohybem zmenší velikost rychlosti na hodnotu $v_2 = 18\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$. Po výjezdu z opravovaného úseku za stejnou dobu Δt naopak zvětší velikost rychlosti z v_2 na v_1 při stálém urychlovacím výkonu P.

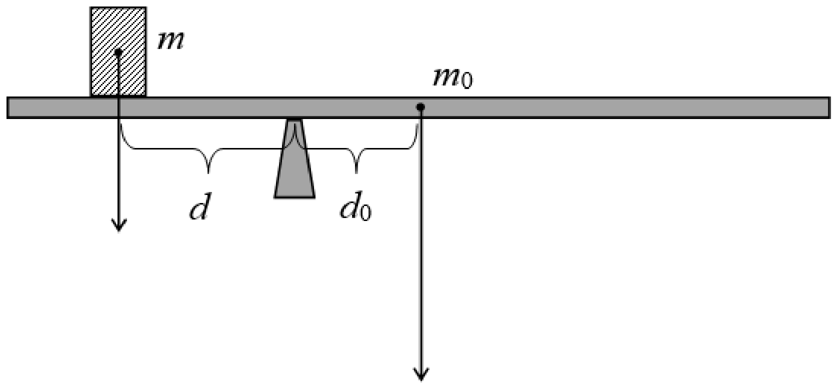
a) Určete velikost F brzdící síly během zpomalování.
b) Určete urychlovací výkon P během zrychlování.
c) Vyjádřete funkční závislost velikosti okamžité rychlosti v na čase t během zrychlování a sestrojte graf této závislosti.
d) Do obrázku doplňte graf závislosti okamžité rychlosti na čase během brzdění a z grafů porovnejte ujeté dráhy během brzdění a během zrychlování.

Úlohy a), b) řešte nejprve obecně, pak pro dané hodnoty.

6. Praktická úloha: Vážení těles pákou

Podpěra má horní vodorovnou podstavu tvaru úzkého obdélníku s šířkou několika milimetrů. Na tuto úzkou plošku položíme kolmo k jejím podélným hranám dřevěnou lať délky aspoň 1 metr. Pokud se těžiště latě nachází nad ploškou, je lať v rovnovážné poloze stálé s velmi malou stabilitou. Obdobného vyvážení dosáhneme, jestliže na lať položíme těleso a lať vhodným způsobem posuneme. Tím se těžiště latě dostane mimo plošku, ale těžiště soustavy latě s tělesem bude opět nad ploškou.

Označme m_0 hmotnost latě, m hmotnost tělesa a při dosažení rovnovážně polohy d_0 vodorovné vychýlení těžiště latě (rameno tíhové síly latě) a d vodorovnou vzdálenost tělesa od středu plošky (rameno tíhové síly tělesa). Podle momentové věty pak platí: $mgd = m_0gd_0$.



Obr. 2

Pomůcky: Dřevěná lať, podpěra, délkové měřidlo, sada závaží, těleso neznámé hmotnosti, váhy.

Úkoly:

a) Změřte vyvážením hmotnost latě, jako těleso použijte závaží známé hmotnosti m_z. Určete střední hmotnost $\overline{m}_0$ latě, průměrnou odchylku Δm_0 a relativní odchylku δm_0 její hmotnosti.

b) Pomocí známé hodnoty $\overline{m}_0$ z prvního měření změřte hmotnost libovolného tělesa, kterým závaží nahradíme. Určete střední hmotnost $\overline{m}$ tělesa, průměrnou odchylku Δm a relativní odchylku δm jeho hmotnosti.

c) Hmotnost latě a hmotnost tělesa ověřte vážením na vahách.

Postup:

1) Měření hmotnosti latě provedeme 10×, kdy použijeme závaží a budeme měnit jeho umístění na lati. Hmotnost závaží je možné též měnit. K zápisu naměřených hodnot a k jejich statistickému zpracování použijeme tabulku:

Číslo měření	$\frac{m_z}{\text{g}}$	$\frac{d}{\text{cm}}$	$\frac{d_0}{\text{cm}}$	$\frac{m_0}{\text{g}}$	$\frac{\Delta m_0}{\text{g}}$
1 2 ⋮ 10					
Střední hodnota					
Relativní odchylka				$\delta m_0 =$	

2) Měření hmotnosti tělesa provedeme též 10×, přičemž měníme jeho umístění na lati. Z momentové věty plyne $m = \frac{d_0}{d} m_0$, kde označíme $x = \frac{d_0}{d}$ poměr ramen. K zápisu naměřených hodnot a k jejich statistickému zpracování použijeme tabulku.

Střední hodnotu hmotnosti tělesa a odchylky získáme ze vztahů $\overline{m} = \overline{x} \cdot \overline{m}_0$, $\delta m = \delta x + \delta m_0$, $\Delta m = \frac{\overline{m} \cdot \delta m}{100\%}$.

Číslo měření	$\frac{d}{\text{cm}}$	$\frac{d_0}{\text{cm}}$	$x = \frac{d_0}{d}$	Δx
1 2 $\vdots$ 10				
Střední hodnota				
Relativní odchylka			$\delta x =$	

7. Míček a diabolka

Měkčený míček o hmotnosti $m_1 = 12$ g padal volným pádem. V okamžiku, kdy jeho rychlost měla velikost $v_1 = 4{,}2\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, byl zasažen diabolkou o hmotnosti $m_0 = 0{,}54$ g letící rychlostí o velikosti $v_0 = 170\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ vystřelené ze vzduchovky. Diabolka v míčku uvázla v ose procházející středem míčku. Bezprostředně po zásahu se soustava pohybovala vodorovně.

a) Určete počáteční výšku h míčku nad místem zásahu.

b) Určete velikost w rychlosti míčku s diabolkou bezprostředně po zásahu a úhel α mezi společnou rychlostí $\boldsymbol{w}$ a rychlostí $\boldsymbol{v}_0$ pohybu diabolky bezprostředně před zásahem.

c) Určete poměr kinetické energie soustavy bezprostředně po zásahu a kinetické energie soustavy bezprostředně před zásahem.