Úlohy 1. kola 62. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie D*

1. Železniční trať

Z Kulína do Holína vede železniční trať délky $s = 43{,}2$ km. Mezi oběma městy je 7 zastávek. Vlak se mezi každými dvěma zastávkami rozjíždí rovnoměrně zrychleným pohybem na dráze $s_1 = 450$ m, kdy dosáhne rychlosti $v_1 = 65\ \mathrm{km\cdot h^{-1}}$, poté se pohybuje rovnoměrným pohybem a zastaví rovnoměrně zpomaleným pohybem na stejné dráze s_1 jako při rozjíždění. Vlak na každé zastávce čeká průměrnou dobu $\Delta t = 75$ s.

a) Určete obecně a číselně dobu t_1 rozjíždění vlaku a velikost jeho zrychlení a.

b) Určete obecně a číselně dobu jízdy t z Kulína do Holína.

c) Vypočtěte průměrnou rychlost vlaku v_p mezi Kulínem a Holínem.

2. Cyklista

Jízdní kolo má průměr kol $d = 65$ cm. Cyklista zvolil převod $N_1 = 36$ zubů na předním talíři a $n_1 = 17$ zubů na zadním kolečku. Při stálé frekvenci šlapání $f_1 = 1{,}2$ Hz ujel danou trasu s mírným stoupáním za čas $t_1 = 9{,}0$ min. Při jízdě zpět zvolil převod s počty zubů $N_2 = 42$ a $n_2 = 12$ a vrátil se za čas $t_2 = 7{,}0$ min.

a) Určete rychlost v_1 cyklisty při cestě tam.

b) Určete frekvenci f_2 šlapání při jízdě zpět.

c) Určete průměrnou rychlost v_p jízdy cyklisty na celé trase.

Řešte obecně i číselně.

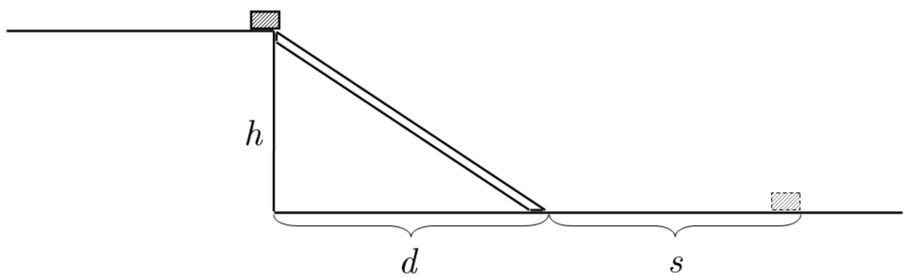
3. Rampa

Ve skladu je k rampě výšky $h = 1{,}6$ m přiložena dřevěná deska tak, že její dolní konec se nachází ve vzdálenosti $d = 2{,}5$ m od paty rampy. Z rampy spustíme kvádr o hmotnosti $m = 13$ kg. Kvádr sjíždí dolů a na vodorovné dřevěné podlaze urazí dráhu $s = 2{,}3$ m. Mezi kvádrem a oběma třecími plochami je stejný součinitel smykového tření. Tíhové zrychlení je $9{,}81\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

a) Určete obecně i číselně součinitel f smykového tření mezi kvádrem a třecími plochami.

b) Určete obecně i číselně práci W potřebnou k vytlačení kvádru zpět do původní polohy, působíme-li po celou dobu silou ve směru pohybu.

c) Práce vypočtená v otázce b) je číselným násobkem potenciální energie kvádru na rampě vzhledem k podlaze, tj. $W = kE_\mathrm{p}$. Fyzikálně zdůvodněte hodnotu k.



4. Tramvaj

Tramvaj se rozjíždí z klidu se stálým pohybovým výkonem, přičemž v čase $t_1 = 4{,}0$ s dosáhla rychlosti $v_1 = 5{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

a) Jaká je rychlost v_2 tramvaje během rozjíždění v čase $t_2 = 9{,}0$ s?

b) Za jakou dobu t_3 během rozjíždění dosáhne tramvaj rychlosti $v_3 = 12{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$?

c) Určete okamžité velikosti zrychlení a_1, a_2, a_3 v časech t_1, t_2, t_3.

Řešte nejprve obecně, pak číselně pro dané hodnoty.

5. Kulička na tyčce

Tyčka délky $l = 30$ cm zanedbatelné hmotnosti je na svém konci zavěšena. Na opačném konci je upevněna malá kulička o hmotnosti $m = 150$ g. Tyčku roztočíme ve svislé rovině. Tření a odpor vzduchu zanedbáme.

a) Určete podmínku pro velikost rychlosti v_0 kuličky v nejnižší poloze, aby se tyčka s kuličkou trvale otáčely.

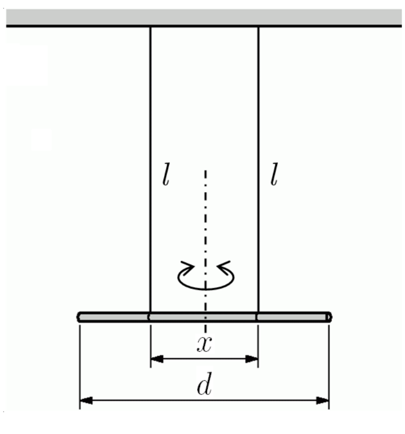
b) Určete velikost rychlosti v_2 v nejvyšší poloze, jestliže v nejnižší poloze má kulička rychlost o velikosti $v_1 = 3{,}7\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

c) Určete velikost síly F_1, kterou kulička působí na tyčku v nejnižší poloze a velikost síly F_2, kterou působí kulička na tyčku v nejvyšší poloze. Vždy rozhodněte, zda je tyčka napínána, nebo stlačována.

d) Určete velikost počáteční rychlosti kuličky v_1' v nejnižší poloze, aby v okamžiku průchodu kuličky nejvyšší polohou byla síla působící na tyčku nulová.

Řešte nejprve obecně, pak pro dané hodnoty.

6. Praktická úloha: Rotační kmity zavěšené tyče



Homogenní tyč délky d zavěsíme souměrně na vzájemně rovnoběžné závěsy zanedbatelné hmotnosti do vodorovné polohy a nepatrně vychýlíme otočením kolem svislé osy. Po uvolnění bude tyč konat rotační kmity. Z teorie plyne, že frekvence f malých kmitů závisí na vzdálenosti závěsů x přímo úměrně, a to podle vzorce

$$f = \frac{1}{2\pi d}\sqrt{\frac{3g}{l}} \cdot x = A \cdot x. \qquad (1)$$

Úkol: Zjistěte experimentálně funkční závislost frekvence f malých rotačních kmitů vodorovné tyče na vzájemné vzdálenosti x rovnoběžných závěsů a ověřte platnost uvedeného vzorce.

Pomůcky: Závitová tyč délky aspoň 20 cm (průměr 6 až 10 mm), stativ, tenké závěsy, stopky.

Návod a poznámky:

1) Frekvence f měřená v jednotce Hz je počet kmitů tyče za 1 s. Perioda T kmitů je doba, za kterou se tyč vrátí do původní polohy. Platí $f = \frac{1}{T}$.
2) Závěsy uvážeme na háčky posunutelné po vodorovné tyči stativu nebo je přímo na tyč stativu přivážeme tak, aby při kmitech uzlík pod tyčí stativu zůstal v klidu, ale aby bylo možno při změně vzdálenosti vláken očko po tyči stativu snadno posunovat. Na dolním konci každého závěsu vytvoříme volnější očko, aby se jeho poloha na závitové tyči dala snadno měnit. Délku závěsů volíme aspoň 4krát větší, než je délka tyče.
3) Změříme délku d tyče a délku l závěsů.
4) Kmity tyče jsou při malých úhlových výchylkách harmonické. To znamená, že perioda kmitů pro malé výchylky prakticky na výchylce nezávisí. Při větších výchylkách se perioda poněkud prodlužuje. Proto při měření nechte kmitat tyč s co nejmenší úhlovou výchylkou.
5) Vzdálenost x závěsů budeme měnit od maximální možné vzdálenosti d do nejmenší, pro kterou bude perioda ještě měřitelná. Získáme tak zhruba 10 různých hodnot x. Výsledky měření zapíšeme do tabulky. Dobu např. 10 period měříme vždy dvakrát a počítáme s aritmetickým průměrem. Jako poslední údaj doplníme $x = 0$ cm. V tomto případě kmity nevzniknou, jejich periodu lze považovat za nekonečně velkou a frekvenci za nulovou, proto doplníme frekvenci $f = 0$ Hz (tato hodnota frekvence jako jediná není zatížena chybou měření).

Číslo měření	$\frac{x}{\text{cm}}$	$\frac{10T_1}{\text{s}}$	$\frac{10T_2}{\text{s}}$	$\frac{\overline{T}}{\text{s}}$	$\frac{f}{\text{Hz}}$
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10	0	∞	∞	∞	0

6) Graf závislosti frekvence f kmitů na vzdálenosti x vláken sestrojíme v Excelu. Do buněk tabulky zapíšeme naměřené údaje v opačném pořadí (tj. s rostoucím x) a ve zbývajících sloupcích provedeme výpočty pomocí vložené funkce (aritmetický průměr dvou period lze vynechat a výpočet zahrnout do vzorce pro frekvenci). Kurzorem označíme dvojici sloupců x a f s daty a vložíme *Graf*. Volíme typ grafu *XY bodový*, podtyp *bodový* (tj. bez spojnic datových bodů) – zobrazí se soustava izolovaných bodů. Po kliknutí pravým tlačítkem myši na libovolný z nich z nabídky vybereme položku *Přidat spojnici trendu*

a následně položku *Typ trendu a regrese*, zvolíme typ *Lineární* a podmínku, aby graf procházel počátkem. Tím se zobrazí přímka, která proloží body grafu. Zobrazíme též *Rovnici regrese*, tj. rovnici získané přímky.

7) Ze zobrazené rovnice regrese vyčteme číselnou hodnotu konstanty A a porovnáme ji s číselnou hodnotou této konstanty získané z rovnice (1)

$$A' = \frac{1}{2\pi d}\sqrt{\frac{3g}{l}}$$

dosazením změřených hodnot d, l a tíhového zrychlení $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

8) Zformulujeme závěr.

7. Motorové čluny

Dva malé motorové čluny se po klidné hladině jezera pohybují v navzájem kolmých přímkách. První člun pluje rychlostí o velikosti $v_1 = 8{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, druhý rychlostí o velikosti $v_2 = 4{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. V okamžiku, kdy se druhý člun nachází ve směru plavby prvního člunu, je mezi nimi vzdálenost $d_0 = 320\ \mathrm{m}$. Naším úkolem bude v různých vztažných soustavách znázornit průběh míjení člunů a najít vzdálenost mezi čluny při jejich největším přiblížení.

a) Ve vztažné soustavě spojené s hladinou jezera sestrojte spojnice poloh člunů v časech 0 s, 10 s, 20 s, 30 s, 40 s, 50 s, 60 s a určete v každém z těchto okamžiků vzájemnou vzdálenost člunů. Je možné pomocí těchto údajů najít nejmenší vzájemnou vzdálenost d_m člunů?

b) Uvažujme vztažnou soustavu spojenou s prvním člunem. To znamená, že druhý člun se vzhledem k této soustavě pohybuje rychlostí, která je výslednicí rychlostí $-\boldsymbol{v}_1$ a $\boldsymbol{v}_2$. Sestrojte ve stejných časech spojnice poloh člunů z hlediska této soustavy, výslednou rychlost $\boldsymbol{v} = -\boldsymbol{v}_1 + \boldsymbol{v}_2$ a vypočtěte úhel α, který rychlosti $-\boldsymbol{v}_1$ a $\boldsymbol{v}$ svírají. Určete minimální vzájemnou vzdálenost d_m člunů.

c) Uvažujme vztažnou soustavu spojenou s druhým člunem. To znamená, že první člun se vzhledem k této soustavě pohybuje rychlostí, která je výslednicí rychlostí $\boldsymbol{v}_1$ a $-\boldsymbol{v}_2$. Sestrojte ve stejných časech spojnice poloh člunů z hlediska této soustavy, výslednou rychlost $\boldsymbol{v}' = \boldsymbol{v}_1 - \boldsymbol{v}_2$ a vypočtěte úhel α', který rychlosti $\boldsymbol{v}_1$ a $\boldsymbol{v}'$ svírají. Určete minimální vzájemnou vzdálenost d_m člunů.